جمهورية العراق
وزارة التربية
المديرية العامة للمناهج

8

سلسلة كتب الرياضيات للمرحلة المتوسطة

الرياضيات

للصف الثاني المتوسط

المؤلفون

د. طارق شعبان رجب
د. تغريد حر مجيد
د. أحمد مولود عبد الهادي
د. امير عبد المجيد جاسم
م.د. حسين صادق كاظم
م.م. مروة فليح حسن

تنقيح

لجنة متخصصة في وزارة التربية

الطبعة السابعة
١٤٤٧هـ/٢٠٢٥م

المشرف العلمي على الطبع
م. م. مروة فليح حسن

المشرف الفني على الطبع
د. أمل إبراهيم محسن

بنيت وصممت (سلسلة كتب الرياضيات للمرحلة المتوسطة) على أيـــدي فريق من المتخصصين في وزارة التربية/المديرية العامة للمناهـج وبمشاركة متخصصين من أساتذة الجامعات في وزارة التعليم العالي والبحث العلمي على وفق المعايير العالمية لتحقق أهداف بناء المنهج الحديث المتمثلة في جعل الطلاب:

متعلميـن ناجحيـــن مـــدى الحيـــاة.

أفـــــراداً واثـقيـــــن بأنـفسهـــم.

مواطنين عراقيين يشعرون بالفـخر .

مصمم الكتـــاب
هبـــة صلاح مهدي

تصميم الغلاف والرسوم
ساره خليل إبراهيم

الموقع والصفحة الرسمية للمديرية العامة للمناهج

www.manahj.edu.iq
manahjb@yahoo.com
Info@manahj.edu.iq

manahjb
manahj

المديرية العامة للمناهج
قسم التحضير الطباعي

استناداً إلى القانون يوزّع مجاناً ويمنع بيعه وتداوله في الأسواق

المقدمة

تُعَدُّ مادةُ الرياضياتِ مِنَ الموادِ الدراسيةِ الأساسيةِ التي تُساعدُ الطالبَ على اكتسابِ الكفاياتِ التعليمية اللازمةِ لهُ، لتَنميةِ قُدراتهِ على التفكيرِ وَحل المشكلاتِ، ويساعدهُ على التعاملِ معَ المواقفِ الحياتية المختلفةِ.

وَمنْ مُنطَلَقِ الاهتمامِ الذي تُوليه وزارةُ التربية متمثلةً بالمديريةِ العامةِ للمناهجِ لتطويرِ المناهج بصورةٍ عامة ولاسيما مناهجِ الرياضياتِ لكي تواكبَ التطوراتِ العلميةَ والتكنولوجيةَ في مجالاتِ الحياةِ المختلفة، فَقَدْ وضِعت خطة لتأليفِ سلسلة كُتبِ الرياضيات للمراحل الدراسية الثلاثِ، وأُنجزِتْ منها كتبُ المرحلة الابتدائيةِ وَبَدأ العمل على استكمال السلسلة بتأليفِ كتبِ المرحلةِ المتوسطةِ.

إنَ سلسلةَ كتبِ الرياضياتِ العراقية الجديدة ومن ضمنَ الإطارِ العام للمناهج تُعززُ القيم الاساسية التي تتمثل بالالتزامِ بالهويةِ العراقيةِ والتسامحِ واحترامِ الرأي والرأي الآخر والعدالةِ الاجتماعية، وتوفير فرص متكافئةٍ للتميزِ والإبداع، كما تعملْ على تعزيزِ كفاياتِ التفكيرِ والتعلمِ والكفاياتِ الشخصيةِ والاجتماعية وكفاياتِ المواطنةِ والعملِ.

بُنيَتْ سلسلةُ كتبِ الرياضياتِ العراقيةِ على محوريةِ الطالب في عمليتي التَعليم والتَعَلُم وَعَده المحورَ الرئيسَ في العمليةِ التربويةِ على وفقِ المعاييرِ العالميةِ.

تَميزَتْ سلسلةُ كتبِ الرياضياتِ العراقيةِ للمرحلةِ المتوسطةِ في تنظيمِ الدروسِ على ستِ فقراتٍ: تَعَلَّمْ، تَأكدْ منِ فِهمِكَ ، تَدرَبْ وَحِلّ التمرينات ، تَدرَبْ وحِلّ مسائلَ حياتيةً ، فَكِّرْ ، أُكتبْ.

يأتي كتابُ الرياضياتِ للصفِ الثاني المتوسطِ مشتملاً على أربعة محاور أساسية: محورُ الأعدادِ والعملياتِ ، ومحورُ الجبرِ ، ومحور الهندسة والقياسِ، ومحورُ الإحصاءِ والاحتمالاتِ من ضِمنَ الأوزان النسبية لكل محور، وَتَضَمَن الكتابُ سبعة فصول لكل فصلٍ تمريناته.

تَتَميزُ هذهِ الكتبُ بأنها تعرضُ المادةُ بأساليبَ حديثةٍ، تَتَوفرُ فيها عناصر الجذبِ والتشويقِ، التي تُساعدُ الطالبَ على التفاعلِ معها، عن طريق ما تُقدِمهُ من تدريباتٍ وتمريناتٍ ومسائلَ حياتيةٍ، فضلاً عن ذلك وَضعتْ تمريناتُ الفصول في نهاية الكتابِ وهي تَخْتلفُ عن التدريباتِ والتمريناتِ في الدروسِ وذلكَ لكونها موضوعية فالإجابة عنها تكون عن طريق اختيارٍ من متعددٍ وهذا بدورهِ يهيّئ الطالبَ للمشاركةِ في المسابقاتِ الدوليةِ.

يمثلُ هذا الكتاب امتداداً لسلسلةِ كُتبِ الرياضيات المطورةِ للمرحلةِ الابتدائيةِ ودعامةً من دعائمِ المنهجِ المطورِ في الرياضياتِ إلى جانبِ دليلِ المدرسِ، وعليه نأملُ أنْ يُسْهِمَ تَنفيذُها في اكتسابِ الطلابِ المهاراتِ العلمية والعملية وَتنميةِ ميولهم لدراسةِ الرياضيات.

اللهم وفقنا لخدمةِ عراقِنا العزيز وأبنائِهِ ...

المؤلفون

الفصلُ 1

الأعدادُ النسبيةُ
The Rational Numbers

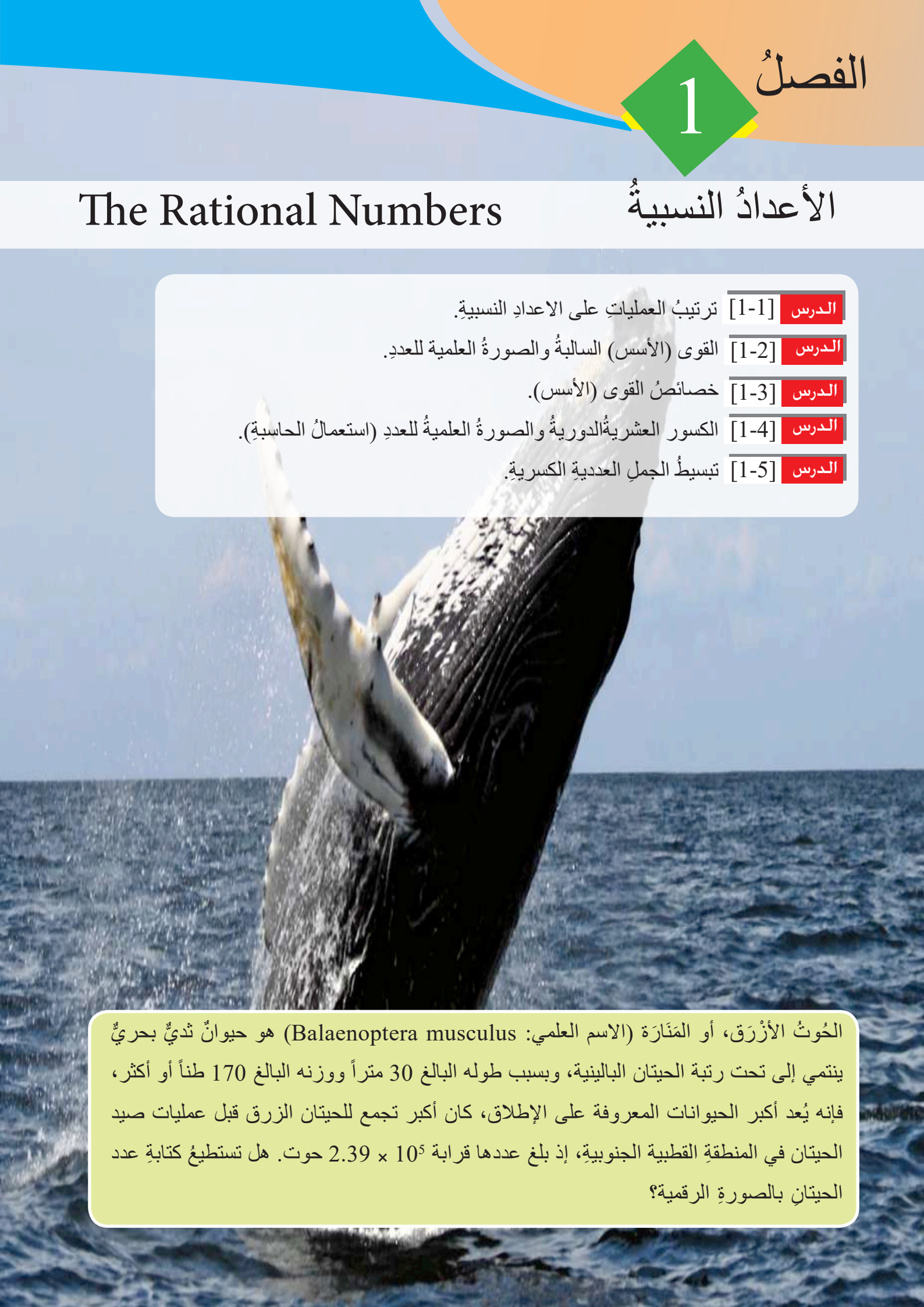
الدرس [1-1] ترتيبُ العملياتِ على الاعدادِ النسبيةِ.

الدرس [1-2] القوى (الأسس) السالبةُ والصورةُ العلمية للعددِ.

الدرس [1-3] خصائصُ القوى (الأسس).

الدرس [1-4] الكسور العشريةُالدوريةُ والصورةُ العلميةُ للعددِ (استعمالُ الحاسبةِ).

الدرس [1-5] تبسيطُ الجملِ العدديةِ الكسريةِ.



الحُوتُ الأزْرَق، أو المَنَارَة (الاسم العلمي: Balaenoptera musculus) هو حيوانٌ ثديٌّ بحريٌّ ينتمي إلى تحت رتبة الحيتان البالينية، وبسبب طوله البالغ 30 متراً ووزنه البالغ 170 طناً أو أكثر، فإنه يُعد أكبر الحيوانات المعروفة على الإطلاق، كان أكبر تجمع للحيتان الزرق قبل عمليات صيد الحيتان في المنطقةِ القطبية الجنوبيةِ، إذ بلغ عددها قرابة 2.39×10^5 حوت. هل تستطيعُ كتابةِ عدد الحيتانِ بالصورةِ الرقمية؟

عبرْ عنِ الاعدادِ التاليةِ بصيغةِ كسرٍ اعتياديّ:

1 $9 = \ldots\ldots$ 2 $2.3 = \ldots\ldots$ 3 $0.29 = \ldots\ldots$ 4 $1.4 = \ldots\ldots$ 5 $6.1 = \ldots\ldots$

قارنْ بين الاعدادِ النسبيةِ مستعملاً الرموز ($<$ ، $>$ ، $=$) :

6 $\frac{11}{25} \square \frac{6}{10}$ 7 $\frac{5}{6} \square \frac{8}{15}$ 8 $\frac{7}{16} \square \frac{25}{64}$

رتِّبِ الأعدادَ النسبيةَ التالية من الأصغرِ الى الأكبرِ :

9 $\frac{4}{5}, \frac{3}{12}, \frac{15}{25}$ 10 $\frac{3}{8}, \frac{5}{7}, \frac{3}{21}$

رتِّبِ الأعدادَ النسبيةَ التالية من الأكبرِ الى الأصغرِ :

11 $\frac{12}{27}, \frac{6}{9}, \frac{10}{18}$ 12 $\frac{8}{14}, \frac{10}{25}, \frac{4}{28}$

جدْ ناتجَ ما يأتي :

13 $\frac{3}{5} \div \frac{1}{6} = \ldots\ldots$ 14 $(-3.6) + (-2.2) = \ldots\ldots$ 15 $(7.1) + (-5.9) = \ldots\ldots$

16 $\frac{5}{9} - \frac{3}{8} = \ldots\ldots$ 17 $(4.1) \times (-2) = \ldots\ldots$ 18 $\frac{3}{19} \times \frac{6}{10} = \ldots\ldots$

جد النسبةَ المئويةَ التقديرية لكلٍّ مما يأتي:

19 $\frac{1}{9}$ 20 $\frac{8}{26}$ 21 $\frac{11}{74}$ 22 $\frac{5}{47}$

23 أكملِ الجدولَ التالي مبيناً نوع التناسبِ:

10	8	5	4	2	1	A
	125			500	1000	B
			1000		1000	C

قدّرِ الجذورَ الآتية:

24 $\sqrt{50}$ 25 $\sqrt{13}$ 26 $\sqrt[3]{145}$ 27 $\sqrt[3]{33}$

الدرسُ [1-1]

ترتيبُ العملياتِ على الاعدادِ النسبيةِ
Ordering Operations on Rational Numbers

فكرةُ الدرسِ
- استعمالُ ترتيبِ العملياتِ على الاعدادِ النسبيةِ لتبسيط جملةٍعدديةٍ.

المفردات
- ترتيبُ العملياتِ.
- جملةٍ عدديةٌ.

تَعَلَّمْ

يتدربُ أوسُ وأيمنُ على رياضــةِ التنسِ، إذ يتدرب أوس يومين في الأسبوع بواقع $\frac{5}{6}$ الســاعة في اليومِ الأولِ و $\frac{3}{4}$ الساعة في اليومِ الثاني، ويتدرب أيمن يوماً واحداً في الأسبوع بواقع $\frac{2}{3}$ الساعة. كم تزيد المدة التي يتدربها أوس عن المدة التي يتدربها أيمن خلالِ الأسبوعِ ؟

[1-1-1] تبسيطُ جملةٍ عدديةٍ تحتوي على جمعٍ وطرحٍ أو ضربٍ وقسمة اعدادٍ نسبيةٍ
Simplifies Numerical Sentences Contains Addition and Subtraction or Multiplication and Division Rational Numbers

تعلمتَ سابقاً كيفيةَ ايجاد ناتج جمع أوطرح أعدادٍ نسبيةٍ وكذلك ضربَ أوقسمةَ عددين نسبيين والآن سوف تتعلم كيفية تبسيط جملةٍ عدديةٍ تحتوي على عمليتين (جمع وطرح) أو (ضرب وقسمة) لأعداد نسبية .

مثال (1) كم تزيدُ المدةُ التي يتدربها أوس عن المدة التي يتدربها أيمنُ خلالِ الأسبوعِ ؟

نكتب الجملة العددية التي تمثل المسألة :

نجري عملية الجمع اولاً

$$\frac{5}{6}+\frac{3}{4}-\frac{2}{3}=\frac{5\times 2+3\times 3}{12}-\frac{2}{3}$$

نجري عملية الطرح ثانياً

$$=\frac{19}{12}-\frac{2}{3}=\frac{19-8}{12}=\frac{11}{12}$$

يتدرب اوس مدة $\frac{11}{12}$ الساعة في الاسبوع زيادة على ما يتدربُه أيمن.

مثال (2) استعملْ جمعَ وطرحَ الأعدادِ النسبيةِ لتكتب كلَّ مقدار بأبسط صورةٍ:

i) $\frac{1}{3}-\frac{8}{9}+\frac{12}{6}=\frac{1\times 6-8\times 2+12\times 3}{18}=\frac{6-16+36}{18}=\frac{26}{18}=\frac{13}{9}$

ii) $2\frac{2}{7}+1\frac{1}{5}-\frac{6}{35}=\frac{16}{7}+\frac{6}{5}-\frac{6}{35}=\frac{16\times 5+6\times 7-6}{35}$

$$=\frac{80+42-6}{35}=\frac{116}{35}$$

iii) $7.34 - 3.08 + 1.9 = 4.26 + 1.9 = 6.16$

iv) $3.16 + 0.092 - 0.07 - 5.005 = 3.252 - 5.075 = -1.823$

v) $0.07 - 0.006 + 0.503 - 0.08 = 0.064 + 0.503 - 0.08 = 0.567 - 0.08 = 0.487$

مثال (3) استعمل ضرب وقسمة الأعدادِ النسبيةِ لتكتب كل مقدار بأبسط صورة:

i) $-3\frac{1}{2} \times 1\frac{2}{3} \div 3\frac{7}{2} = -\frac{7}{2} \times \frac{5}{3} \div \frac{13}{2} = -\frac{35}{6} \div \frac{13}{2} = -\frac{35}{6} \times \frac{2}{13} = -\frac{35}{39}$

ii) $\frac{48}{9} \div \frac{-12}{3} \times \frac{-8}{13} = \frac{48}{9} \times \frac{3}{-12} \times \frac{-8}{13} = \frac{4}{-3} \times \frac{-8}{13} = \frac{32}{39}$

iii) $4.5 \times 3.65 \div (-1.125) = 16.425 \div (-1.125) = -14.6$

iv) $7.29 \div 0.9 \times (-0.03) = 8.1 \times (-0.03) = -0.243$

[2-1-1] استعمالُ ترتيبَ العملياتِ لتبسيطِ جملةٍ عدديةٍ تحتوي على اعدادٍ نسبيةٍ
Using Ordering Operations to Simplifies Numerical Sentences Contains Rational Numbers

تعرفت سابقا إلى استعمال ترتيب العمليات على الاعداد الصحيحة لتبسيط جمل عددية والان سوف تتعرف إلى استعمال ترتيب العمليات لتبسيط جمل عددية تحتوي على اعداد نسبية وباتباع الخطوات الآتية:

1) ضعِ العمليات التي لها اولوية بين الأقواس.
2) أبدأ بالعملياتِ بين الاقواس.
3) اضرب وقسم من اليسارِ الى اليمينِ.
4) اجمع وأطرح من اليسارِ الى اليمينِ.

مثال (4) استعمل ترتيبَ العملياتِ على الأعدادِ النسبيةِ لتكتب كل مقدارٍ بأبسطِ صورةٍ:

i) $\frac{-1}{5} \times \frac{25}{-3} + \frac{3}{2} \times \frac{8}{21} = (\frac{-1}{5} \times \frac{25}{-3}) + (\frac{3}{2} \times \frac{8}{21}) = \frac{5}{3} + \frac{4}{7} = \frac{35+12}{21} = \frac{47}{21}$

ii) $\frac{7}{12} \div \frac{21}{-4} - \frac{9}{11} \div \frac{-27}{44} = (\frac{7}{12} \times \frac{-4}{21}) - (\frac{9}{11} \times \frac{44}{-27}) = \frac{-1}{9} + \frac{4}{3} = \frac{-1+12}{9} = \frac{11}{9}$

iii) $\frac{4}{5} \div \frac{8}{15} \times \frac{2}{-7} + \frac{5}{14} = (\frac{4}{5} \times \frac{15}{8}) \times \frac{2}{-7} + \frac{5}{14} = (\frac{3}{2}) \times \frac{2}{-7} + \frac{5}{14} = \frac{-3}{7} + \frac{5}{14} = -\frac{1}{14}$

iv) $\frac{12}{7} - \frac{2}{11} \times \frac{22}{-6} \div \frac{4}{15} = \frac{12}{7} - (\frac{2}{11} \times \frac{22}{-6} \div \frac{4}{15}) = \frac{12}{7} - (\frac{2}{-3} \div \frac{4}{15}) \quad \frac{12}{7} - (\frac{2}{-3} \times \frac{15}{4})$

$= \frac{12}{7} - (\frac{5}{-2}) = \frac{12}{7} + \frac{5}{2} = \frac{24+35}{14} = \frac{59}{14}$

v) $4.01 \times 1.2 + 11.5 \times 0.6 = (4.01 \times 1.2) + (11.5 \times 0.6) = 4.812 + 6.9 = 11.712$

vi) $6.4 \div 0.8 - 12.5 \div 0.5 = (6.4 \div 0.8) - (12.5 \div 0.5) = 8 - 25 = -17$

vii) $0.09 \times 16 + 5.4 \div 0.6 = (0.09 \times 16) + (5.4 \div 0.6) = 1.44 + 9 = 10.44$

تأكَّدْ من فهمِكَ

استعملْ جمعَ وطرحَ الأعدادِ النسبيةِ لتكتب كلَّ مقدارٍ بأبسطِ صورةٍ:

الأسئلة (1 - 6) مشابهة للمثال (2)

1 $\frac{1}{5} - \frac{2}{7} + \frac{3}{5} = ...$

2 $4\frac{1}{3} + 3\frac{2}{5} - \frac{8}{15} = ...$

3 $\frac{2}{9} - 1\frac{1}{8} + \frac{4}{3} - \frac{5}{4} = ...$

4 $\frac{6}{5} + \frac{9}{2} - \frac{3}{8} + \frac{7}{15} = ...$

5 $9.14 - 6.07 + 2.5 = ...$

6 $1.12 + 0.82 - 0.02 + 4.002 = ...$

استعمل ضربَ وقسمةَ الأعدادِ النسبيةِ لتكتب كلَّ مقدارٍ بأبسطِ صورةٍ:

الأسئلة (7 - 10) مشابهة للمثال (3)

7 $1\frac{1}{3} \times (-2\frac{5}{6}) \div 2\frac{4}{9} = ...$

8 $\frac{54}{7} \div \frac{-9}{14} \times \frac{-5}{24} = ...$

9 $6.1 \times 3.25 \div (-0.25) = ...$

10 $0.81 \div 0.9 \times (-0.05) = ...$

استعملْ ترتيبَ العملياتِ على الأعدادِ النسبيةِ لتكتب كلَّ مقدارٍ بأبسطِ صورةٍ:

الأسئلة (11 -16) مشابهة للمثال (4)

11 $\frac{-2}{5} \times \frac{15}{-6} + \frac{1}{3} \times \frac{12}{5} = ...$

12 $\frac{8}{13} \div \frac{-16}{39} - \frac{7}{15} \div \frac{-21}{10} = ...$

13 $\frac{2}{9} \div \frac{4}{27} \times \frac{1}{-4} + \frac{7}{16} = ...$

14 $\frac{12}{7} - \frac{-2}{17} \times \frac{34}{-5} \div \frac{8}{15} = ...$

15 $9.02 \times 1.4 - 8.03 \times 0.7 = ...$

16 $4.9 \div 0.7 + 4.8 \div 0.12 = ...$

تدربْ وحلّ التمريناتِ

استعملْ جمعَ وطرحَ الأعدادِ النسبيةِ لتكتب كلَّ مقدارٍ بأبسطِ صورةٍ:

17 $\frac{1}{6} - \frac{3}{4} + \frac{2}{3} = ...$

18 $\frac{3}{7} - 1\frac{2}{7} + \frac{5}{3} - \frac{9}{14} = ...$

19 $2.04 - 8.09 + 3.05 = ...$

استعمل ضربَ وقسمةَ الأعدادِ النسبيةِ لتكتب كلَّ مقدارٍ بأبسطِ صورةٍ:

20 $2\frac{1}{6} \times 3\frac{3}{2} \div (-5\frac{3}{2}) = ...$

21 $0.01 \times 6.4 \div (-0.04) = ...$

استعملْ ترتيبَ العملياتِ على الأعدادِ النسبيةِ لتكتب كلَّ مقدارٍ بأبسطِ صورةٍ:

22 $\frac{5}{-3} \times \frac{24}{45} + \frac{1}{3} \times \frac{-15}{6} = ...$

23 $\frac{1}{7} \div \frac{5}{42} \times \frac{1}{-5} - \frac{1}{12} = ...$

24 $-4.09 \times 3.2 - 5.03 \times 0.8 = ...$

تدربْ وحلّ مسائلَ حياتيةً

25 كرةُ قدم: بطولةُ كأس العالم لكرة القدم هي أهم مسابقةٍ كرة قدم دولية يقيمها الاتحاد الدوليُّ لكرة القدم (الفيفا). أقيمت البطولةُ لأول مرة عام 1930م، وتقام كل 4 سنوات حتى الان أقيمت البطولة 20 مرة وفاز المنتخب البرازيلي بالكأس 5 مرات والمنتخب الإيطاليّ فاز 4 مرات. ما الفرق بين نسبتي فوز الفريقين الى العدد الكليّ لتنظيم البطولة ؟

26 رياضةُ الجري: قطع العداءُ الذي فاز بالمرتبةِ الأولى في سباق الجري 2000m الدورة الواحدة (400m) بمدة 44.2sec، وقطع العداء الذي فاز بالمرتبة الثانية الدورة الواحدة بمدة 46.5sec. فما الفرقُ بين الوقتِ الكلي لقطع مسافةِ السباق للعدائين؟

27 طقسٌ: كانت درجة الحرارة في منطقة القطب الشماليّ 48-درجة سليزية ، وبدأت درجة الحرارة بالارتفاع التدريجيّ في الساعة 10 صباحاً حتى الساعة 4 بعد الظهر بمعدل 0.5 درجةً سليزيةً بالساعة، ثم عاودت بالانخفاض بمعدل 1.5 درجة سليزية بالساعة. كم اصبحت درجة الحرارة عند الساعةِ 6 عصراً ؟

فَكِّرْ

28 تحدٍّ: استعمل ترتيب العمليات على الأعدادِ النسبيةِ لتكتب كلّ مقدار بأبسط صورة:

i) $\frac{1}{3}\left(\frac{-6}{5}+2\frac{1}{10}\right)\times\frac{4}{5}\div 2\frac{8}{5}=$ ..... ii) $\frac{1}{2}\left(\frac{8}{9}-3\frac{1}{3}\right)\div 3\frac{2}{3}\div\frac{-15}{7}=$ .....

29 أصحّح الخطأ: بسط جمالُ الجملة العددية وكتبها بأبسطِ صورةٍ:

$$\frac{3}{7}\div\frac{9}{28}\times\frac{1}{-2}\div\frac{4}{-9}=6$$

حدد خطأ جمال وصِّححه .

30 حسٌّ عدديٌّ: ما العدد الذي يجب كتابته في المربع لتكون الجملةُ العدديةُ التالية صحيحةً:

i) $\frac{1}{-2}\times\frac{1}{2}+\frac{3}{2}\times\frac{1}{\square}=0$ ii) $\frac{1}{5}\div\frac{2}{5}-\frac{1}{3}\div\frac{\square}{3}=0$

أكتبْ

المقدارَ بأبسطِ صورةٍ باستعمال ترتيبِ العملياتِ:

$-1.03\times 4.2-7.07+0.6\times 2.5=$ .....

الدرسُ [1-2]

القوى (الأُسس) السالبةُ والصورةُ العلميةُ للعددِ

Scientific Notation and Negative Powers (Exponents)of Number

فكرةُ الدرسِ

- كيفيةُ حساب مقادير تتضمنُ أسساً سالبة.
- والتعبيرُ عن عدد بالصورةِ العلميةِ.

المفردات

- الأس (القوة).
- الصورةُ العلميةُ.
- الصورةُ الرقميةُ.

تَعَلَّمْ

الباندا العملاقةُ أو الدبُّ الصينيُّ حيوانٌ ضخمٌ من عائلة الدب موطنه الأصلي في الصين، تشتهر بلونها الاسود والابيض وفروها السميك الذي يحميها من البرد.يأكل الباندا ما يعادل 10^{-1} من وزنه يومياً. ما عدد الكيلوغرامات التي يأكلها دب الباندا الذي يزن 110kg؟

[1-2-1] القوى السالبةُ للعدد — Negative Powers of Numbers

تعلمتَ سابقاً كيفية كتابة العدد بالقوى (الأسس) الموجبة $10^1 = 10$ ، $10^2 = 100$ ، $10^3 = 1000$ ، .....

وبالأسلوب نفسه سوف تتعرف إلى كتابة العدد بالقوى (الأُسس) السالبة :

$10^{-1} = \frac{1}{10}$, $10^{-2} = \frac{1}{10^2} = \frac{1}{100}$, $10^{-3} = \frac{1}{10^3} = \frac{1}{1000}$, ...

مع ملاحظة: أي عدد (عدا الصفر) للأس 0 يساوي 1 ، العدد 1 لأيِّ أس موجب أو سالب يساوي 1 ،

العدد (-1) لأي أس زوجي يساوي 1 ولأي أس فردي يساوي -1 .

$8^0 = 1$, $(-3)^0 = 1$, $1^5 = 1$, $1^{-7} = 1$, $(-1)^2 = 1$, $(-1)^{-2} = 1$, $(-1)^3 = -1$, $(-1)^{-3} = -1$

مثال (1) جدْ عددَ الكيلوغرامات التي يأكلها دبُّ الباندا يومياً.

يأكل الباندا عُشْرَ وزنه يومياً

$10^{-1} = \frac{1}{10}$

لذا يأكلُ الباندا 11kg يومياً

$110 \times \frac{1}{10} = 11\text{kg}$

مثال (2) احسب الأُسس السالبةَ لكل مما يأتي:

i) $3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$

ii) $5^{-3} = \frac{1}{5^3} = \frac{1}{125}$

iii) $2^{-4} = \frac{1}{2^4} = \frac{1}{16}$

iv) $(-2)^{-2} = \frac{1}{(-2)^2} = \frac{1}{4}$

v) $(-2)^{-3} = (\frac{1}{-2})^3 = \frac{1}{-2} \times \frac{1}{-2} \times \frac{1}{-2} = -\frac{1}{8}$

استعملْ ترتيبَ العملياتِ لتحسب كلاً مما يأتي :

vi) $\frac{1}{2} + 2^{-3} - (-2)^{-4} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2^3} - (\frac{1}{(-2)^4})$

$= \frac{1}{2} + \frac{1}{8} - \frac{1}{16}$

$= \frac{8 + 2 - 1}{16} = \frac{9}{16}$

vii) $4^{-3} - (-6)^0 - 8^{-2} = \frac{1}{4^3} - 1 - \frac{1}{8^2}$

$= \frac{1}{64} - 1 - \frac{1}{64}$

$= -1$

[1-2-2] الصورةُ العلميةُ للعددِ
Scientific Notation of Number

تعلمت سابقاً كيفية كتابة الاعداد الكبيرة بالصورة العلمية كعدد صحيح مضروب في احدى القوى الموجبة للعشرة $14 \times 10^5 = 1400000$، والان سوف نستعمل الصورة العلمية للعدد لكتابة الاعداد التي قيمتها المطلقة كبيرة جداً أو صغيرة جداً. ولكتابة الاعداد العشرية من الصورة العلمية للصورة الرقمية نلاحظ الآتي :

1) إذا ضرب العدد في إحدى القوى الموجبة للعدد 10 فأن الفارزة العشرية تتحرك الى اليمين .

2) إذا ضرب العدد في إحدى القوى السالبة للعدد 10 فأن الفارزة العشرية تتحرك الى اليسار .

3) عدد المراتب التي تتحرك بها الفارزة العشرية هي القيمة المطلقة للأس .

مثال (3) اكتب الأعداد التالية بالصورةِ الرقميةِ :

i) $7.3 \times 10^3 = 7300$ — الفارزةُ العشريةُ تتحرَّكُ ثلاثَ مراتب الى اليمين

ii) $2.64 \times 10^5 = 264000$ — الفارزةُ العشريةُ تتحرَّكُ خمسَ مراتب الى اليمين

iii) $9.17 \times 10^{-2} = 0.0917$ — الفارزةُ العشريةُ تتحرَّكُ مرتبتين الى اليسار

vi) $52.6 \times 10^{-4} = 0.00526$ — الفارزةُ العشريةُ تتحرَّكُ اربعَ مراتب الى اليسار

لتحويل الاعداد العشرية من الصورة الرقمية إلى الصورة العلمية نلاحظ الآتي:

1) حرك الفارزة العشرية ليكون موقعها على يمين اول مرتبة غير صفرية من اليسار .

2) عد المراتب التي حركت بها الفارزة العشرية .

3) جد قوة العدد عشرة، فإذا كانت القيمة المطلقة للعدد الأصلي بين الصفر و الواحد فإن الأس يكون سالباً ، وإذا كان العدد أكبر من واحد فإن الأس يكون موجباً .

مثال (4) اكتب الأعداد التالية بالصورة العلمية:

الفارزةُ العشريةُ تحرَّكَتْ أربع مراتب الى اليسار

i) $72300 = 7.23 \times 10000$

بما أن 72300 اكبر من 1 لذا فإنَّ الأسَّ موجبٌ

$= 7.23 \times 10^4$

الفارزةُ العشريةُ تحرَّكَتْ خمسَ مراتب الى اليسار

ii) $802000 = 8.02 \times 100000$

بما أن 802000 اكبر من 1 لذا فإنَّ الأسَّ موجبٌ

$= 8.02 \times 10^5$

الفارزةُ العشريةُ تحرَّكَتْ ثلاثَ مراتب الى اليمين

iii) $0.0025 = 2.5 \times 0.001$

بما أن 0.0025 اكبر من 0 واصغر من 1 لذا فإن الأس سالب

$= 2.5 \times 10^{-3}$

الفارزةُ العشريةُ تحرَّكَتْ اربعَ مراتب الى اليمين

iv) $0.000371 = 3.71 \times 0.0001$

بما أن 0.000371 اكبر من 0 واصغر من 1 لذا فإن الأس سالب

$= 3.71 \times 10^{-4}$

تأكّد من فهمِكَ

احسب الأسسَ السالبةَ لكلِّ مما يأتي :

الأسئلة (1 - 9) مشابه للمثال (1)

1 $4^{-2} = ...$ 2 $2^{-3} = ...$ 3 $3^{-4} = ...$

4 $(-2)^{-2} = ...$ 5 $(-2)^{-3} = ...$ 6 $(-5)^{-4} = ...$

7 $(-1)^{-5} = ...$ 8 $(-7)^{-1} = ...$ 9 $(-9)^{0} = ...$

استعمل ترتيب العمليات لتحسب كلاً مما يأتي :

الأسئلة (10 - 13) مشابه الى المثال (2)

10 $\frac{1}{3} + 3^{-2} - (-3)^{-3} = ...$ 11 $(2)^{-4} - (-6)^{0} - 5^{-1} = ...$

12 $(-4)^{-2} + 1^{3} - (-6)^{-2} = ...$ 13 $(8)^{0} - (-3)^{2} - 1^{-4} = ...$

اكتب الأعدادَ التاليةَ بالصورةِ الرقميةِ :

الأسئلة (14 - 17) مشابه الى المثال (3)

14 $4.2 \times 10^{4} = ...$ 15 $5.14 \times 10^{6} = ...$

16 $2.16 \times 10^{-3} = ...$ 17 $15.8 \times 10^{-5} = ...$

اكتب الأعدادَ التاليةَ بالصورةِ العلميةِ :

الأسئلة (18 - 21) مشابه الى المثال (4)

18 $72300 = ...$ 19 $802000 = ...$

20 $0.0025 = ...$ 21 $0.000371 = ...$

تدربْ وحلّ التمرينات

احسب الأسسَ السالبةَ لكلِّ مما يأتي :

22 $7^{-2} = ...$ 23 $(-3)^{-2} = ...$

24 $1^{-4} = ...$ 25 $(-1)^{0} = ...$

استعمل ترتيب العمليات لتحسب كلاً مما يأتي:

26 $\frac{1}{4} + 5^{-2} - (-1)^{-3} - \frac{1}{2} = ...$ 27 $6^{-2} - 4^{-2} - (-8)^{-2} - \frac{1}{36} = ...$

اكتب الأعدادَ التاليةَ بالصورةِ الرقميةِ :

28 $6.3 \times 10^{3} = ...$ 29 $23.7 \times 10^{-2} = ...$

اكتب الأعدادَ التاليةَ بالصورةِ العلميةِ :

30 $52100 = ...$ 31 $0.0035 = ...$

تدربْ وحلّ مسائلَ حياتيةً

32 العنكبوتُ: العناكبُ تغزل خيط الحـرير و هـذا الخيط له وظائف وحسب الاستعمال و تصنع اقراصاً مخاطية لاصقة attachment discs التي تعملُ بوضعها أوتاداً صلبه جداً تساعد على لصق الشبكة العنكبوتية في اماكن واسطحٍ مختلفةٍ ويبلغ قطر خيط الحرير 3×10^{-3} mm.

اكتب قطر خيط الحرير بالصورة الرقمية .

33 حيتانُ: تقطعُ الحيتانُ مسافة $2^5 \times 5^3$km في كل رحلة تهـاجر فيها ولكن الحـوت الرمـاديَّ يقطع مسـافة $2^4 \times 3 \times 5^3$km زيادة عن الحيتان الاخرى في كل رحلة. اكتب المسافة بالصورة الرقمية التي يقطعها الحوت الرمادي في كل رحلةٍ.

34 فضاءُ: كَوكَبُ الأَرضِ هُو ثَالث كَواكِب المَجموعَة الشَمسيَّة التي تُعدُّ جُزءَاً مِن مَجَرَّةِ درب التبّانة، وَيَتَّخذُ الأَرضُ شَكلاً إهليلجيَّاً، ويُعدُّ حَجمه صَغيرَاً جدَّاً عِندَ مُقارَنَته بِحَجمِ الشَّمسِ، المسافة التقريبيـة بيـن الارض والشمس 140 000 000 000 m اكتب المسافة بالصورة العلمية.

فَكِّر

35 تحدَّ: اكتب الأعداد التالية بالصورة الرقمية :

i) $\frac{1}{4} \times 10^{-5} =$ ..... ii) $\sqrt{\frac{1}{25}} \times 10^{-3} =$ ..... iii) $\sqrt{\frac{9}{16}} \times 10^{-4} =$ .....

36 أُصحّح الخطأ : استعملت سماح ترتيب العمليات على الاعداد النسبية وكتبتْ الاتي :

$(-3)^{-2} - (-1)^0 + 1^{-2} - \frac{1}{9} = 1$

حدد خطأ سماح وصححه.

37 حسٌّ عدديٌّ: هل أن العدد $\sqrt{0.09} \times 10^{-2}$ يقع بين العددين 0.004 ، 0.005 ؟ وضح اجابتك.

أُكتبْ

ناتجَ جمعِ العددين بالصورةِ العلميةِ: $2.17 \times 10^{-3} + 3.83 \times 10^{-3} =$ .....

الدرسُ [1-3]

خصائصُ القوى (الأُسس)

Properties of Powers (Exponents)

فكرةُ الدرسِ
- ضرب قوتين لهما الأساس نفسه.
- قسمة قوتين لهما الأساس نفسه.
- رفع قوة الى قوة.

المفردات
- الاساس.
- الأس.

تَعَلَّمْ

الأسدُ حيوانٌ من الثدييات من فصيلة السنوريات وأحد السنوريات الأربعة الكبيرة المنتمية إلى جنس النمر Panthera إذا كان الأسد البالغ يحتاج الى 2^3kg من اللحم في الوجبة الواحدة، فكم كيلوغرام يحتاج 2^4 أسدٌ في الوجبة الواحدة ؟

[1-3-1] ضربُ قوتين لهما نفس الأساس

Product of two Powers with the same Base

تعرفت سابقاً إلى القوى الموجبة والسالبة للعدد، والآن سوف تتعرف إلى قوانين الأسس:

1) ضرب قوتين لهما الأساس نفسه $a^n \times a^m = a^{n+m}$ إذ أن $a \neq 0 \ , a \in Q \ , \ n , m \in Z , O$.

أي عند ضرب قوتين لهما الأساس نفسه الناتج يكون الأساس نفسه مرفوعاً الى حاصلِ جمعِ الأسين .

مثال (1) جد عدد الكيلوغرامات التي يحتاج إليها 2^4 أسداً في الوجبة الواحدة.

ضع الأساس نفسه وأجمع الأسس

$2^3 \times 2^4 = 2^{3+4}$

$= 2^7$

لذا يحتاج 2^4 **اسداً الى** 2^7 كيلوغراماً من اللحم.

مثال (2) بسط واكتب ناتج الضرب بوصفه قوةً واحدة:

i) $5^6 \times 5^2 = 5^{6+2} = 5^8$

ii) $7^9 \times 7^{-3} = 7^{9-3} = 7^6$

iii) $3^{-2} \times 3^{-5} = 3^{-2-5} = 3^{-7}$

iv) $8 \times 2^{-7} = 2^3 \times 2^{-7} = 2^{-4}$

v) $11^2 \times 11^{-6} \times 11^{-5} = 11^{2-6-5} = 11^{-9}$

vi) $(\frac{1}{2})^{-3} \times (\frac{1}{2})^{-3} \times (\frac{1}{2})^6 = (\frac{1}{2})^{-3-3+6} = (\frac{1}{2})^0 = 1$

vii) $12 \times 8 \times 3^{-4} = (2^2 \times 3) \times 2^3 \times 3^{-4} = 2^2 \times 2^3 \times 3 \times 3^{-4}$

$= 2^{2+3} \times 3^{1-4} = 2^5 \times 3^{-3}$

viii) $4^{-3} \times (\frac{1}{4})^5 = (\frac{1}{4})^3 \times (\frac{1}{4})^5 = (\frac{1}{4})^{3+5} = (\frac{1}{4})^8 = 4^{-8}$

[1-3-2] قسمةُ قوتين لهما الأساسُ نفسه
Divide Two Powers with the same Base

2) قسمة قوة على قوة لهما الأساس نفسه : $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$ إذ أن $a \in Q \ , \ n , m \in Z$.
أي عند قسمة قوة على قوة لهما الأساس نفسه الناتج يكون الأساس نفسه مرفوع الى حاصل طرح أس المقام من أس البسط .

مثال (3) بسط واكتب ناتج القسمة بوصفها قوةً واحدةً:

i) $\frac{7^6}{7^4} = 7^{6-4} = 7^2$

ii) $\frac{3^{-5}}{3^{-9}} = 3^{-5-(-9)} = 3^{-5+9} = 3^4$

iii) $\frac{2^{-7}}{16} = \frac{2^{-7}}{2^4} = 2^{-7-4} = 2^{-11}$

iv) $\frac{54}{12} = \frac{2 \times 3^3}{2^2 \times 3} = 2^{1-2} \times 3^{3-1} = 2^{-1} \times 3^2$

vi) $\frac{(\frac{1}{8})^3}{(\frac{1}{8})^5} = \frac{8^{-3}}{8^{-5}} = 8^{-3+5} = 8^2$

vi) $\frac{(-5)^2 \times 5^0 \times (-5)^7}{5^6} = 5^2 \times 5^0 \times (-5^7) \times 5^{-6}$
$= -5^{2+0+7-6} = -5^3$

[1-3-3] رفعُ قوةٍ الى قوةٍ
Raise a Power to a Power

3) رفع قوة الى قوة ثانية للأساس نفسه : $(a^n)^m = a^{nm}$ إذ أن $a \neq 0 \ , a \in Q \ , \ n , m \in Z$
عند رفع قوة الى قوة ثانية للأساس نفسه يكون الناتج الأساس نفسه مرفوعاً الى حاصل ضرب الأسّ الأول بالأس الثاني .

مثال (4) بسط واكتب الناتج بوصفه قوةً واحدة:

i) $(7^3)^4 = 7^{3 \times 4} = 7^{12}$

ii) $(9^{-5})^6 = 9^{-5 \times 6} = 9^{-30}$

iii) $(10^3 \times 10^{-8})^{-2} = (10^{-5})^{-2}$
$= 10^{-5 \times -2} = 10^{10}$

iv) $(72)^2 = (8 \times 9)^2 = (2^3 \times 3^2)^2$
$= (2^3)^2 \times (3^2)^2 = 2^6 \times 3^4$

vi) $\frac{(-7)^3 \times 7^8 \times (-49)^2}{7^{-4} \times (-7^3)^5} = \frac{(-7)^3 \times 7^8 \times (-7^2)^2}{7^{-4} \times (-7^{3 \times 5})} = \frac{(-7^{3+8}) \times (7^{2 \times 2})}{7^{-4} \times (-7^{15})}$

$= \frac{(-7^{11}) \times 7^4}{-7^{-4+15}} = \frac{-7^{11+4}}{-7^{11}}$

$= \frac{-7^{15}}{-7^{11}} = 7^{15-11} = 7^4$

تأكّد من فهمك

بسط واكتب ناتج الضرب بوصفه قوةً واحدة:

الأسئلة (1-8) مشابهة للمثال (2)

1 $2^4 \times 2^2 = ...$

2 $9^0 \times 9^{-5} = ...$

3 $7^{-3} \times 7^{-5} = ...$

4 $16 \times 2^{-8} = ...$

5 $13^{-4} \times (-13)^3 \times 13^6 = ...$

6 $(\frac{1}{3})^{-2} \times (\frac{1}{3})^5 \times (\frac{1}{3})^{-1} = ...$

7 $32 \times 3^4 \times 24 = ...$

8 $9^{-6} \times (\frac{1}{9})^7 = ...$

بسط واكتب ناتج القسمة بوصفه قوةً واحدة:

الأسئلة (9-14) مشابهة للمثال (3)

9 $\frac{5^3}{5^7} = ...$

10 $\frac{2^{-6}}{2^{-1}} = ...$

11 $\frac{3^{-3}}{27} = ...$

12 $\frac{6 \times 3^{-2}}{2^4 \times 3} = ...$

13 $\frac{(\frac{1}{25})^4}{(\frac{1}{25})^8} = ...$

14 $\frac{(-6)^3 \times 6^{-6} \times (-6)^0}{6^9} = ...$

بسط واكتب الناتج بوصفه قوةً واحدة:

الأسئلة (15 -20) مشابه للمثال (4)

15 $(5^2)^6 = ...$

16 $(8^{-3})^4 = ...$

17 $(10^{-7} \times 10^6)^{-3} = ...$

18 $(3^2)^{-2} = ...$

19 $\frac{(-1)^3 \times 1^8}{((-1)^4)^6} = ...$

20 $\frac{(-3)^2 \times 3^5}{((-3)^3)^{-1}} = ...$

تدربْ وحلّ التمرينات

بسط واكتب ناتج الضرب بوصفه قوةً واحدة:

21 $6^{-7} \times 6^3 = ...$

22 $7^{-1} \times 7^{-4} = ...$

23 $27 \times 3^{-6} = ...$

24 $8^{-7} \times (\frac{1}{8})^7 = ...$

25 $(\frac{1}{5})^{-3} \times (\frac{1}{5})^7 \times (\frac{1}{5})^{-2} = ...$

بسط واكتب ناتج القسمة بوصفه قوةً واحدة:

26 $\frac{7^{-2}}{7^7} = ...$

27 $\frac{6^{-4}}{6^{-3}} = ...$

28 $\frac{48 \times 3^{-4}}{3^3 \times 2} = ...$

29 $\frac{(\frac{1}{49})^{-3}}{(\frac{1}{49})^6} = ...$

30 $(3^4)^{-3} = ...$

بسط واكتب الناتج بوصفه قوةً واحدة:

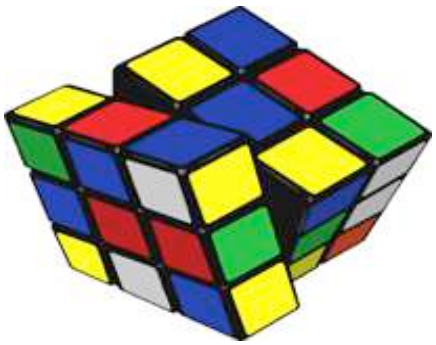
31 $(6^{-2})^{-5} = ...$

32 $\frac{(-2)^2 \times 2^6 \times (-4)^5}{2^{-4} \times ((-2)^5)^3}$

تدربْ وحلّ مسائلَ حياتيةً

33 الفهدُ: يُعدُّ الفهد الصيادُ الذي يعيش في قارتي آسيا وأفريقيا، من الحيوانات الثديةِ المُعرضة للإنقراض والتي تنتمي إلى عائلة السنوريات أو القططيات وهو أسرع الحيوانات الأرضية على الإطـلاق، إذ تصـــل سـرعته القصـوى إلـى $\frac{2}{10^{-3}}$ m/min. اكتب عدد الامتار التي يقطعها الفهد خلال 2^3min .

34 إنتاج: انتج العراق $(\frac{3}{10^{-2}})^3$ برميلاً من النفط الخام خلال 9 اشهر في احدى السنوات، اكتب انتاج العراق من النفط بالصورة الرقمية.



35 مكعب روبيك: مكعب روبيك هو لغز يتمثل في مكعب ثلاثيّ الأبعاد يتكون من 6 اوجهٍ وكل وجه يحمل 3^2 ملصقات باللون نفسه وتشمل أوجه مكعب روبيك على الألوان الرئيسة وهي الأحمر والأبيض والأخضر والأزرق والبرتقالي والأصفر مخترع مكعب روبيك هو النحات المجري إرنو روبيك. اكتب عدد الملصقات في 6 مكعبات على صورة اعدادٍ ذات قوة واحدة.

فَكِّـر

36 تحدَّ: بسط واكتب الناتج بوصفه قوةً واحدة:

i) $\frac{(-10)^5 \times 10^{-4} \times (-10)^{-2}}{10^{-7} \times ((-10)^{-6})^2} = ...$

ii) $\sqrt{\frac{1}{64}} \times 2^{-4} \times (-4)^7 = ...$

37 أُصحّح الخطأ: بسط جميل المقدار التالي وكتب الناتج كما يأتي :

$(\frac{1}{9})^{-7} \times (\frac{1}{3})^5 \times (\frac{1}{27})^{-1} = 3^{-14}$

حدد خطأ جميل وصححه .

38 حسٌّ عدديٌّ: هل أن العدد $\frac{16 \times 2^{-6}}{2^0 \times 2}$ يقع بين العددين 3^{-2} ، 3^{-1} ؟ وضح اجابتك.

اكتب

الناتج على صورةِ كسرٍ اعتياديٍّ : $36^{-5} \times (-2)^8 \times (-3)^8 = ...$

الدرسُ [1-4]

الكسورُ العشريةُ الدوريةُ والصورةُ العلميةُ للعددِ (استعمال الحاسبة)
Recurring Decimal Fractions and Scientific Notation of Number (using Calculator)

فكرةُ الدرسِ
- استعمال الحاسبة في تبسيط جملةٍ عدديةٍ تحتوي على:
  - كسور عشرية دورية وصورة علمية للعدد.

المفردات
- حاسبة.
- كسرٌ عشريٌّ دوريٌّ.

تَعَلَّمْ

الزرافة من الحيوانات الثدية، التي تتغذى على الأعشاب، وأوراق الأشجار، والفواكه، والخضروات، وتُعدُّ الزرافة أطول الحيوانات على الإطلاق، الزرافة تشرب الماء مرتين في الاسبوع، فإذا شربت احدى الزرافات $\frac{15}{2}$ لتر في المرة الاولى وفي المرة الثانية $\frac{17}{3}$ لتر. اكتب عدد ألتارالماء التي شربتها الزارفة في الاسبوع بصورة كسر عشري .

[1-4-1] تبسيطُ جملةٍ عدديةٍ تحتوي على كسورٍ عشريةٍ دوريةٍ باستعمال الحاسبة
Using Calculator to Simplify Numerical Sentence Contain Recurring Decimal Fractions.

تعلمت سابقا كيفية تبسيط جملةٍ عدديةٍ باستعمال ترتيب العمليات على الاعداد النسبية، والان سوف تتعلم كيفية تبسيط جملةٍ عدديةٍ تحتوي على كسور عشرية دورية (استعمال الحاسبة) وكالاتي :

إذا كانت الجملة العددية مكتوبة على صورة كسورٍ اعتياديةٍ فقط ، فيمكن اجراء العمليات كما تعلمت سابقاً ثم كتابة الناتج على شكل كسر عشري منتهٍ أو دوري.

$$\frac{10}{3}+\frac{2}{5}=\frac{50+6}{15}=\frac{56}{15}=3.7333...=3.7\overline{3}$$

إما إذا كانت الجملة مكتوبة على صورة كسورعشرية دورية فسوف تترك الى المراحل اللاحقة .

مثال (1) اكتب عدد التارِ الماءِ التي شربتها الزارفة في الاسبوع بالصورةِ العشرية.

اجمع الكسور الاعتيادية

$$\frac{15}{2}+\frac{17}{3}=\frac{15\times 3+17\times 2}{6}$$

بسط الناتج بأبسط صورة

$$=\frac{45+34}{6}$$

اكتب الناتج على شكل كسر عشري دوري

$$=\frac{79}{6}=13.1666...=13.1\overline{6}$$

مثال (2) استعمل الحاسبة لتكتب ناتج الجمعِ و الطرحِ على صورة كسرٍعشريٍّ:

i) $\frac{8}{5}+\frac{13}{6}=\frac{48+65}{30}=\frac{113}{30}=3.7666...=3.7\overline{6}$

ii) $\frac{9}{2}+\frac{21}{8}-\frac{5}{12}=\frac{57}{8}-\frac{5}{12}=\frac{171-10}{24}=\frac{161}{24}=6.708333...=6.708\overline{3}$

iii) $\frac{6}{13}-\frac{11}{3}-\frac{10}{6}=\frac{36-286-130}{78}=-\frac{380}{78}=-4.8717948717948...=-4.\overline{871794}$

مثال (3) استعملِ الحاسبةَ لتكتبَ ناتج الضربِ والقسمةِ على صورةِ كسرٍ عشريّ:

i) $\frac{5}{3} \times \frac{12}{15} = \frac{5 \times 12}{3 \times 15} = \frac{4}{3} = 1.333... = 1.\overline{3}$

ii) $\frac{8}{9} \div \frac{48}{-45} = \frac{8}{9} \times \frac{-45}{48} = \frac{8 \times -45}{9 \times 48} = \frac{-5}{6} = -0.8333... = -0.8\overline{3}$

iii) $\frac{6}{5} \times \frac{13}{12} \div \frac{39}{4} = \frac{13}{10} \div \frac{39}{4} = \frac{13}{10} \times \frac{4}{39} = \frac{13 \times 4}{10 \times 39} = \frac{2}{15} = 0.1333... = 0.1\overline{3}$

iv) $\frac{17}{6} \div \frac{34}{42} \times \frac{-7}{6} = \frac{17}{6} \times \frac{42}{34} \times \frac{-7}{6} = \frac{7}{2} \times \frac{-7}{6} = -\frac{49}{12} = -4.08333... = -4.08\overline{3}$

[1-4-2] تبسيطُ جملةٍ عدديةٍ تحتوي على اعدادٍ بالصورة العلميةِ باستعمالِ الحاسبة
Using Calculator to Simplify Numerical Sentence Contain Scientific Notation of Numbers

تعلمت سابقا كيفية كتابة العدد بالصورة العلمية من الصورة القياسية (الرقمية) وبالعكس .والان سوف تتعلم كيفية تبسيط جملةٍ عدديةٍ تحتوي على ضرب وقسمة أعداد بالصورة العلمية (استعمال الحاسبة) وكالاتي :

1) أجري العمليات على الكسور العشرية اولاً وحسب الترتيب (باستعمال الحاسبة) .

2) جد ناتج قوى العشرة .

3) حرك الفارزة بما يتطلبه الناتج .

مثال (4) استعمل الحاسبةَ لتكتبَ ناتج الضربِ والقسمةِ بالصورةِ العلميةِ للعددِ:

i) $(3.1 \times 10^4)(7.6 \times 10^{-3}) = (3.1 \times 7.6)(10^4 \times 10^{-3})$ احصرْ ما بين الاقواسِ العملياتِ ذات الأولويةِ

$= 23.56 \times 10$ جد ناتجِ قسمةِ الكسور العشريةِ وناتج قوى العشرةِ

$= 2.356 \times 10^2$ حرّكِ الفارزةَ بحيث يبقى العدد الصحيح من مرتبةٍ واحدةٍ

ii) $(1.05 \times 10^{-5})(0.9 \times 10^{-4}) = (1.05 \times 0.9)(10^{-5} \times 10^{-4})$

$= 0.945 \times 10^{-9} = 9.45 \times 10^{-10}$

iii) $(12.5 \times 10^{-3})(9.08 \times 10^{7}) = (12.5 \times 9.08)(10^{-3} \times 10^{7}) = 113.5 \times 10^4 = 1.135 \times 10^6$

iv) $\frac{7.29 \times 10^6}{0.09 \times 10^4} = (7.29 \div 0.09)(10^6 \times 10^{-4})$ احصرْ ما بين الاقواسِ العملياتِ ذات الأولويةِ

$= 81 \times 10^2$ جد ناتجِ قسمةِ الكسور العشريةِ وناتج قوى العشرةِ

$= 8.1 \times 10^3$ حرّكِ الفارزةَ بحيث يبقى العدد الصحيح من مرتبةٍ واحدةٍ

v) $\frac{2.25 \times 10^{-7}}{0.005 \times 10^{-2}} = (2.25 \div 0.005)(10^{-7} \times 10^{2}) = 450 \times 10^{-5} = 4.5 \times 10^{-3}$

تأكدَّ من فهمكَ

استعمل الحاسبةَ لتكتبَ ناتجَ الجمعِ و الطرحِ على صورةِ كسرٍ عشريٍّ:

1 $\frac{2}{3} - \frac{5}{8} = ...$

2 $\frac{1}{3} + \frac{5}{6} = ...$

الأسئلة (1- 4) مشابهة الى المثال(2)

3 $\frac{7}{2} + \frac{9}{4} - \frac{13}{12} = ...$

4 $\frac{21}{5} - \frac{17}{10} - \frac{3}{11} = ...$

استعملِ الحاسبةَ لتكتب ناتجَ الضربِ والقسمةِ على صورة كسرٍ عشريٍّ:

5 $\frac{4}{7} \times \frac{21}{12} = ...$

6 $\frac{6}{11} \div \frac{42}{-22} = ...$

7 $\frac{15}{9} \times \frac{36}{75} \div \frac{12}{35} = ...$

8 $\frac{13}{5} \div \frac{39}{15} \times \frac{-11}{9} = ...$

الأسئلة (5 - 8) مشابهة الى المثال (3)

استعمل الحاسبةَ لتكتبَ ناتج الضربِ والقسمةِ بالصورةِ العلميةِ للعددِ:

9 $(2.7 \times 10^{3})(6.6 \times 10^{-7}) = ...$

10 $(5.08 \times 10^{-6})(0.8 \times 10^{-3}) = ...$

11 $\frac{6.25 \times 10^{8}}{0.5 \times 10^{3}} = ...$

12 $\frac{1.69 \times 10^{-6}}{0.13 \times 10^{-2}} = ...$

الأسئلة (9 - 12) مشابهة الى المثال (4)

تدربْ وحلّ التمرينات

استعمل الحاسبةَ لتكتبَ ناتجَ الجمعِ و الطرحِ على صورةِ كسرٍ عشريٍّ:

13 $\frac{1}{3} + \frac{2}{9} = ...$

14 $\frac{2}{9} + \frac{1}{6} - \frac{7}{6} = ...$

استعملِ الحاسبةَ لتكتب ناتجَ الضربِ والقسمةِ على صورة كسرٍ عشريٍّ:

15 $\frac{1}{8} \times \frac{56}{3} = ...$

16 $\frac{24}{25} \times \frac{5}{4} \div \frac{18}{35} = ...$

استعمل الحاسبةَ لتكتبَ ناتج الضربِ والقسمةِ بالصورةِ العلميةِ للعددِ:

17 $(1.3 \times 10^{-4})(9.1 \times 10^{-6}) = ...$

18 $\frac{2.256 \times 10^{-2}}{0.16 \times 10^{4}} = ...$

تدربْ وحلّ مسائلَ حياتيةً

19 حوتٌ: الحوت هو أضخم الحيوانات الحيّة على الإطلاق، بما فيها البرية والبحرية، وهو من الحيوانات الثدية،وضعت انثى الحوت اربعة عجول طول اثنين منهما نسبة لطول الحوت الام هو $\frac{1}{5}$ ، $\frac{4}{15}$متر. اكتب مجموع طول العجلين بكسرٍ عشري.

20 سلطةُ خضارٍ: عملت سارة صحن سلطة خضار واضافت اليه 4 حبات فراولة وزن كل واحدة 1.5×10^{-2}kg و 12 حبة زيتون وزن الواحدة 0.06×10^{-1}kg. اكتب الوزن الكلي المضافَ الى السلطة بالصورة العلمية.

21 تعليم: كانت نسبة النجاح النهائية للدورين الأول والثاني في احدى المدارس الثانوية $\frac{19}{20}$، ما نسبة النجاح في الدور الثاني إذا كانت نسبة النجاح للدور الأول هو $\frac{19}{25}$ ؟ اكتب العدد بصورة كسرٍ عشري.

فَكِّر

22 تحدٍّ: استعملِ الحاسبةَ لتكتب الناتجَ على صورة كسر عشري:

i) $\frac{3}{7}\times\frac{35}{6}+\frac{10}{13}\times\frac{26}{-6}=$ .....

ii) $\frac{5}{22}\div\frac{20}{33}-\frac{7}{13}\div\frac{42}{26}=$ .....

23 أُصحّح الخطأ: استعملت خلود الحاسبة وكتبت ناتج المقدار كما يأتي:

$(6.7\times10^{3})(2.8\times10^{-7})=1.876\times10^{-4}$

حدد خطأ خلود وصححه .

24 حسٌّ عدديٌّ: هل أن العدد $\frac{23.5\times10^{-3}}{2.35\times10^{-2}}$ يقع بين العددين 2 ، 0 ؟ وضِّح اجابتك.

أُكتب

الناتجَ على صورة كسرٍ عشريٍّ:

$\frac{9}{4}\div\frac{63}{-12}\times\frac{-2}{3}=$ .....

الدرسُ [1-5]

تبسيطُ الجملِ العدديةِ الكسريةِ
Simplifies Fraction Numerical Sentences

فكرةُ الدرسِ
- تبسيط جملةٍ عدديةٍ كسرية تحتوي على جذور وقيم مطلقة وقوى وصورةٍ علميةٍ للعدد.

المفردات
- جذرٌ .
- مربعٌ كاملٌ.

تَعَلَّمْ

على احدى رحلات شركة الخطوط الجوية العراقية من بغداد الى اسطنبول، باعت الشركة تذكرة الدرجة الأولى بسعر 5.5×10^5 دينار والدرجة السياحية 46.5×10^4 دينار. إذا كانت الطائرة تتسع 180 كرسياً، 12 منها للدرجة الأولى والباقي للدرجة السياحية، ما المبلغ الذي تجنيه الشركة إذا بيعت كل التذاكر؟

[1-5-1] تبسيطُ جملةٍ عدديةٍ تحتوي على قوى وصورةٍ علمية للعدد
Simplifying Numerical Sentence Containing Powers and Scientific Notation Number

تعلمت سابقا كيفية تبسيط جملةٍ عدديةٍ تحتوي على ضرب وقسمة فقط لأعداد بالصورة العلمية ،والان سوف تتعلم كيفية تبسيط جملةٍ عدديةٍ تحتوي على جمع وطرح فضلاً عن الضرب والقسمة لأعداد بالصورة العلمية ولإيجاد ناتج جمع أو طرح حدين يحتويان على صورة علمية للعدد نتبع إحدى الطريقتين:

الطريقة الأولى: مساواة قوى العشرة للحدين واخراجها بوصفها عاملاً مشتركاً ثم اجراء عملية الجمع أو الطرح للكسرين العشريين بعد حصرهما بين قوسين وكتابة ناتجهما مضروباً في قوى العشرة، ثم تعديل قوى العشرة بما تتطلبه الكتابة بالصورة العلمية.

الطريقة الثانية: كتابة كل عدد بالصورة الرقمية من الصورة العلمية له، ثم اجراء عملية الجمع أو الطرح وبعدها ارجاع العدد الى الصورة العملية أو بحسبِ ما يتطلبه السؤال .

مثال (1) جد المبلغ الذي تجنيه الشركة إذا باعت جميع تذاكر السفر للطائرة .

الطريقة الأولى:

مساوات قوى العشرة للحديين

$46.5 \times 10^4 = 4.65\times 10^5$

سعر تذاكر الدرجة الأولى

$12 \times 5.5 \times 10^5 = 66 \times 10^5$

سعر تذاكر الدرجة السياحية

$168 \times 4.65 \times 10^5 = 781.2 \times 10^5$

اخراج قوى العشرة بوصفها عاملاً مشتركاً

$66\times10^5 + 781.2 \times10^5 = (66 +781.2) \times10^5$

المبلغ الكلي للتذاكر بالدينار العراقيّ

$= 847.2 \times10^5 = 8.472 \times10^7$

الطريقة الثانية:

سعر تذاكر الدرجة الأولى

$12 \times 5.5 \times10^5 = 66 \times 10^5 = 6\ 600\ 000$

سعر تذاكر الدرجة السياحية

$168 \times 46.5 \times 10^4 = 7812 \times 10^4 = 78\ 120\ 000$

المبلغ الكلي للتذاكر بالدينار العراقيّ

$6\ 600\ 000 + 78\ 120\ 000 = 84\ 720\ 000$

كتابة العدد بالصورة العلمية

$= 8.472 \times10^7$

ملاحظة: يمكنك استعمال الحاسبة في اجراء العمليات على الكسور العشرية.

مثال (2) بسطِ الجملَ العدديةَ الكسريةَ التاليةَ واكتبِ الناتج بالصورةِ العلميةِ:

i) $4.1\times10^{-5} + 0.61 \times 10^{-4} = 4.1\times10^{-5} + 6.1\times 10^{-5} = (4.1 + 6.1) \times 10^{-5}$

$= 10.2 \times10^{-5} = 1.02 \times10^{-4}$

ii) $7.6 \times10^{-4} - 0.23\times 10^{-3} = 7.6 \times10^{-4} - 2.3\times \times10^{-4} = (7.6- 2.3) \times10^{-4} = 5.3\times10^{-4}$

iii) $2.3 \times10^{-2} + 0.176 \times 10^{3} = 0.023 + 176 = 176.023 = 1.76023 \times 10^{2}$

iv) $300.1 \times10^{-2} - 0.005\times 10^{4} = 3.001 - 50 = -46.999 = -4.6999 \times 10$

v) $(6.3 \times10^{3})(8.2 \times 10^{-7}) = (6.3 \times 8.2)\ (10^{3} \times10^{-7}) = 51.66 \times10^{-4} = 5.166 \times10^{-3}$

[1-5-2] تبسيطُ جملةٍ عدديةٍ كسرية تحتوي على جذورٍ وقيمٍ مطلقةٍ وقوى

Simplifies Fractional Numerical Sentence Contain Roots , Absolute Values and Powers

تعلمت سابقا كيفية تبسيط جملةٍ عدديةٍ تحتوي على اعداد نسبية باستعمال ترتيب العمليات، والآن سوف تتعلم كيفية تبسيط جملةٍ عدديةٍ كسرية تحتوي على جذور وقيم مطلقة وقوى لأعداد وسوف نتبع الخطوات السابقة نفسها التي تعلمتها في تبيسط الجمل العددية وهي :

1- تبسيط كل حد من الحدود بأبسط صورة وذلك بالتخلص من الجذور والقيم المطلقة للعدد وتبسيط القوى.

2- استعمال ترتيب العمليات لتبسيط المقدار مع إعطاء الأولية للعمليات داخل الأقواس .

مثال (3) بسطِ الجملَ العدديةَ الكسرية التالية واكتب الناتجَ بأبسط صورةٍ :

إيجاد قيم الجذور وكتابة الكسور بابسط صورة

حصر العمليات التي لها أولوية بين قوسين

جمع الكسرين وإيجاد الناتج

i) $\frac{4}{3} - \frac{\sqrt{25}}{\sqrt[3]{27}} - \frac{-2}{\sqrt{16}} = \frac{4}{3} - \frac{5}{3} - \frac{-2}{4}$

$= (\frac{4}{3} - \frac{5}{3}) - \frac{-1}{2}$

$= -\frac{1}{3} + \frac{1}{2} = \frac{-2+3}{6} = \frac{1}{6}$

ii) $\frac{1}{23}(\frac{|-15|}{7} - \frac{\sqrt[3]{-8}}{-4}) - \frac{1}{28} = \frac{1}{23}(\frac{15}{7} - \frac{1}{2}) - \frac{1}{28} = \frac{1}{23}(\frac{30-7}{14}) - \frac{1}{28}$

$= (\frac{1}{23} \times \frac{23}{14}) - \frac{1}{28} = \frac{1}{14} - \frac{1}{28} = \frac{2-1}{28} = \frac{1}{28}$

iii) $\frac{\sqrt[3]{-125}}{36} \times \frac{|-6|}{10} + \frac{9}{4} \div \frac{18}{\sqrt[3]{-8}} = (\frac{-5}{36} \times \frac{6}{10}) + (\frac{9}{4} \div \frac{18}{-2}) = \frac{-1}{12} - \frac{1}{4} = -\frac{1}{3}$

iv) $\frac{1}{3^2} \times 3^4 \div (-3)^{-1} + 3^{-2} = (3^{-2} \times 3^4) \div (-3^{-1}) + 3^{-2}$

$= \frac{3^2}{-3^1} + \frac{1}{3^2} = -3 + \frac{1}{9} = \frac{-26}{9}$

v) $(-1)^{-2} - (-8)^0 + \frac{\sqrt{25}}{3^2} \div \frac{25}{-12} = 1 - 1 + (\frac{5}{3^2} \times \frac{-12}{25}) = 0 + (\frac{-4}{15}) = -\frac{4}{15}$

تأكَّدْ من فهمِكَ

بسطِ الجملَ العدديةَ الكسرية التالية واكتب الناتجَ بالصورة العلمية:

الأسئلة (1-8) مشابهة للمثال (2)

1 $7.3\times10^{4} + 3.6\times10^{4} = ...$

2 $1.5\times10^{-3} - 5.42\times10^{-3} = ...$

3 $5.2\times10^{3} + 0.61\times10^{5} = ...$

4 $2.4\times10^{-6} + 0.21\times10^{-4} = ...$

5 $7.6\times10^{-5} - 0.23\times10^{-4} = ...$

6 $7.4\times10^{-2} + 0.176\times10^{2} = ...$

7 $(9.9\times10^{2})(81.8\times10^{-2}) = ...$

8 $(5.3\times10^{4})(7.2\times10^{-9}) = ...$

بسطِ الجملَ العدديةَ الكسرية التالية واكتب الناتجَ بأبسط صورة:

9 $\frac{2}{5} - \frac{\sqrt{36}}{\sqrt[3]{-8}} - \frac{3}{\sqrt{25}} = ...$

10 $\frac{1}{14}\left(\frac{|-11|}{2} - \frac{\sqrt[3]{-64}}{3}\right) - \frac{1}{4} = ...$

الأسئلة (9-14) مشابهة للمثال (3)

11 $\frac{\sqrt[3]{-216}}{7} \times \frac{|-21|}{12} + \frac{-5}{\sqrt{16}} = ...$

12 $\frac{\sqrt[3]{-27}}{15} \div \frac{6}{|-5|} + \frac{-7}{\sqrt{144}} = ...$

13 $\frac{1}{5^{-2}} \times 5^{-4} \div (-5)^{-3} + 5^{-1} = ...$

14 $(-1)^{-4} - (-9)^{0} + \frac{\sqrt{49}}{2^{3}} \div \frac{7}{-12} = ...$

تدربْ وحلّ التمرينات

بسطِ الجملَ العدديةَ الكسرية التالية واكتب الناتجَ بالصورة العلمية:

15 $2.8\times10^{5} + 1.2\times10^{5} = ...$

16 $6.4\times10^{2} + 0.73\times10^{4} = ...$

17 $4.6\times10^{-3} - 0.56\times10^{-5} = ...$

18 $(8.2\times10^{-6})(9.6\times10^{2}) = ...$

بسطِ الجملَ العدديةَ الكسرية التالية واكتب الناتجَ بأبسط صورة:

19 $\frac{1}{7} - \frac{\sqrt{64}}{\sqrt[3]{-27}} - \frac{-6}{\sqrt{49}} = ...$

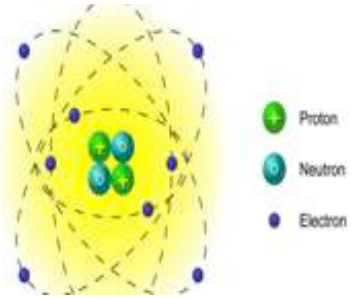
20 $\frac{\sqrt[3]{-27}}{4} \times \frac{|-8|}{9} + \frac{5}{14} \div \frac{-15}{\sqrt{49}} = ...$

21 $\frac{1}{7^{-3}} \times 7^{-5} \div (-7)^{-2} + 7^{-1} = ...$

تدربْ وحلّ مسائلَ حياتيةً

22 طحالبٌ: تنمو الطحالب على سطوح البرك الراكدة والصخور التي على ساحل البركة. إذا كانت كتلة الطحلب على الصخرة الاولى 2.6×10^{-4} Kg والصخرة الثانية 1.7×10^{-5} Kg. ما مجموع كتلة الطحالب على الصخرتين ؟

23 الضـــوءُ: تبـلغُ المسافةُ التي يقطعها الضوء في سنةٍ واحدةٍ 9.46×10^{12}km كم تبلغ المسافة التي يقطعها الضوء في 4.5×10^{3} سنة ؟



24 الذرةٌ: البروتون من مكونات الذرة وله شحنةٌ كهربائيةٌ موجبةٌ تعادل تماما الشحنة التي يحملها الإلكترون إلا أن الإلكترون شحنتهُ سالبةٌ، وكتلة البروتون تقريباً 1.67×10^{-27} kg وكتلة الألكترون تقريباً 9.11×10^{-31} Kg . ما الفرق بين كتليهما ؟

فَكِّـر

25 تحدَّ: بسط الجمل العددية الكسرية التالية واكتب الناتج بأبسط صورة:

i) $\frac{\sqrt[3]{-27}}{3^{-2}} \times \frac{|(-3)^{-3}|}{27} - \frac{8}{5} \div \frac{-2^3}{\sqrt{25}} = ...$

ii) $\frac{7}{16} \div \sqrt{\frac{49}{64}} \times \sqrt[3]{\frac{-8}{27}} \div \frac{15}{-3} = ...$

26 أصحّح الخطأ: استعملت سندس الحاسبة وكتبت ناتج المقدار بالصورة العلمية:

$(5.4 \times 10^{-4})(3.6 \times 10^{-5}) = 19.44 \times 10^{-5}$

حدد خطأ سندس وصححه .

27 حسٌّ عدديٌّ: هل أن العدد $\frac{3.2 \times 10^{-3}}{6.4 \times 10^{-4}}$ يقع في منتصف المسافة بين العددين 10، 0 ؟ وضح اجابتك.

أُكتبِ

الناتج على صورةِ كسرٍ عشريٍّ: $(-1)^{-4} - (-5)^0 + \frac{5^{-4}}{5^{-3}} \div (\frac{1}{2})^0 = ...$

اختبار الفصل

Chapter Test

استعمل ترتيبَ العملياتِ على الأعدادِ النسبيةِ لتكتب كل مقدارٍ بأبسطِ صورةٍ :

1 $\frac{-8}{22} \times \frac{11}{-4} + \frac{1}{2} \times \frac{11}{4} = ...$

2 $\frac{9}{5} \div \frac{-22}{25} - \frac{9}{4} \times \frac{-16}{3} = ...$

3 $\frac{7}{4} - \frac{-5}{12} \times \frac{48}{15} \div \frac{8}{21} = ...$

4 $6.03 \times 1.5 - 4.03 \times 0.9 = ...$

استعمل ترتيب العمليات لتحسب كلاً مما يأتي:

5 $\frac{1}{3} + 3^{-2} + (-1)^{-4} \times \frac{1}{6} = ...$

6 $(-3)^{-3} - (8)^{0} + 1^{3} + \frac{1}{9} = ...$

7 $4^{-2} - 2^{4} - (-5)^{2} - \frac{1}{5} = ...$

8 $(-4)^{0} - (-6)^{-2} + 1^{-4} - \frac{1}{6} = ...$

اكتب الأعداد التالية بالصورة الرقمية:

9 $3.4 \times 10^{4} = ...$

10 $2.14 \times 10^{-5} = ...$

11 $8.05 \times 10^{-6} = ...$

اكتب الأعداد التالية بالصورة العلمية:

12 $720000 = ...$

13 $0.00012 = ...$

14 $0.0000066 = ...$

بسط واكتب ناتج الضرب بوصفه قوةً واحدة :

15 $5^{-6} \times 5^{2} = ...$

16 $(-1)^{-4} \times 1^{-3} = ...$

17 $9^{-5} \times (\frac{1}{3})^{5} = ...$

18 $(\frac{1}{2})^{-1} \times (\frac{1}{2})^{-3} \times (\frac{1}{2})^{6} = ...$

19 $12^{-3} \times (-3)^{4} \times (3)^{5} = ...$

بسط واكتب الناتج بوصفه قوةً واحدة :

20 $\frac{5^{-4}}{5^{9}} = ...$

21 $(7^{-3})^{-2} = ...$

22 $\frac{50 \times 5^{-6}}{5^{3} \times 8} = ...$

23 $\frac{(-3)^{4} \times 3^{3} \times (-9)^{5}}{3^{-6} \times (-3^{4})^{3}} = ...$

24 $\frac{(-8)^{3} \times 2^{-2} \times (-4)^{-2}}{2^{-7} \times (2^{3})^{3}} = ...$

استعمل الحاسبةَ لتكتبَ الناتجَ على صورة كسرٍ عشريٍّ:

25 $\frac{1}{5} + \frac{3}{10} = ...$

26 $\frac{2}{3} - \frac{5}{6} = ...$

27 $\frac{2}{7} - \frac{1}{2} + \frac{2}{3} = ...$

28 $\frac{1}{6} \times \frac{48}{3} = ...$

29 $\frac{2}{-7} \div \frac{18}{35} = ...$

30 $\frac{3}{5} \times \frac{7}{15} \div \frac{14}{35} = ...$

استعمل الحاسبةَ لتكتبَ ناتجَ الضرب والقسمة بالصورة العلمية للعدد :

31 $(3.5 \times 10^{-6})(8.1 \times 10^{-3}) = ...$

32 $\frac{7.29 \times 10^{7}}{0.09 \times 10^{3}} = ...$

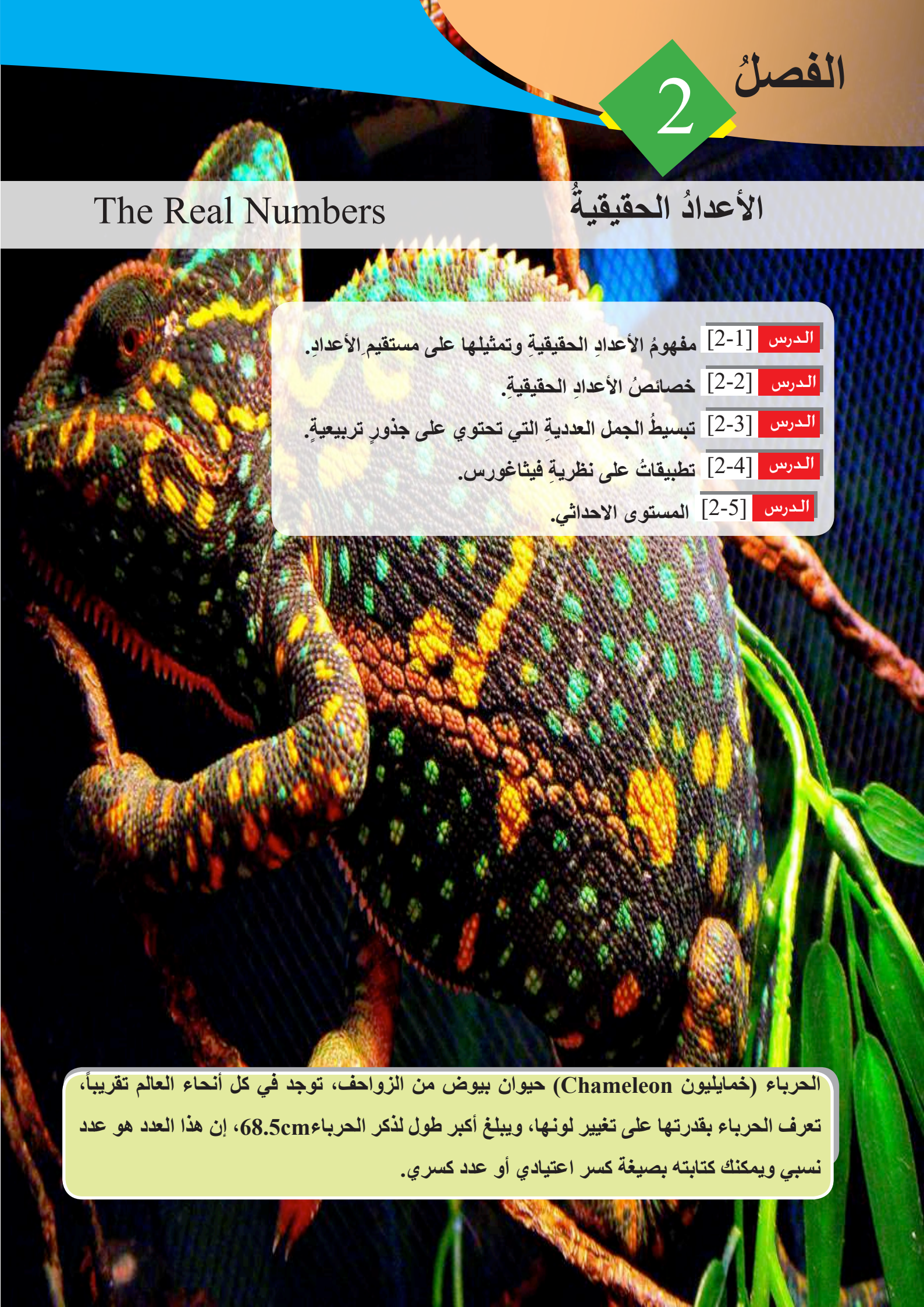
بسط الجمل العددية الكسرية التالية واكتب الناتج بأبسطِ صورةٍ :

33 $\frac{\sqrt[3]{-27}}{5} \times \frac{|-35|}{9} + \frac{2}{28} \times \frac{-7}{\sqrt[3]{8}} = ...$

34 $\frac{6}{\sqrt{49}} \div \frac{|-54|}{-7} - \frac{\sqrt[3]{-125}}{3} \times \frac{-15}{6} = ...$

الفصلُ 2

الأعدادُ الحقيقيةُ
The Real Numbers



الدرس [2-1] مفهومُ الأعدادِ الحقيقيةِ وتمثيلها على مستقيمِ الأعدادِ.

الدرس [2-2] خصائصُ الأعدادِ الحقيقيةِ.

الدرس [2-3] تبسيطُ الجمل العدديةِ التي تحتوي على جذورٍ تربيعيةٍ.

الدرس [2-4] تطبيقاتُ على نظريةِ فيثاغورس.

الدرس [2-5] المستوى الاحداثي.

الحرباء (خماليون Chameleon) حيوان بيوض من الزواحف، توجد في كل أنحاء العالم تقريباً، تعرف الحرباء بقدرتها على تغيير لونها، ويبلغ أكبر طول لذكر الحرباء68.5cm، إن هذا العدد هو عدد نسبي ويمكنك كتابته بصيغة كسر اعتيادي أو عدد كسري.

الاختبارُ القبليُّ Pretest

استعمل جمع وطرح الأعداد النسبية لتكتب كل مقدار بأبسط صورة:

1 $\frac{1}{3} - \frac{2}{5} + \frac{4}{2} = \ldots\ldots$

2 $3\frac{1}{2} + 1\frac{2}{4} - \frac{7}{2} = \ldots\ldots$

3 $\frac{2}{7} - 2\frac{1}{6} - \frac{5}{12} = \ldots\ldots$

4 $3.12 - 3.07 + 1.5 = \ldots$

5 $0.14 + 0.92 - 0.76 = \ldots$

6 $5.12 - 0.37 - 6.96 = \ldots$

استعمل ضرب وقسمة الأعداد النسبية لتكتب كل مقدار بأبسط صورة:

7 $2\frac{1}{4} \times 3\frac{1}{2} \div 1\frac{1}{4} = \ldots$

8 $\frac{22}{5} \div \frac{-11}{15} \times \frac{-1}{3} = \ldots$

9 $2.5 \times 4.05 \div (-1.2) = \ldots$

استعمل ترتيب العمليات لتحسب كل مما يأتي:

10 $\frac{1}{5} + 5^{-2} - (-5)^{-3} = \ldots\ldots$

11 $3^{-3} - (-3)^{0} - 3^{-2} = \ldots\ldots$

12 $(-2)^{-2} + 1^{3} - (-4)^{-2} = \ldots\ldots$

13 $(9)^{0} - (-4)^{2} - 1^{-5} = \ldots\ldots$

أكتب الأعداد التالية بالصورة الرقمية:

14 $5.3 \times 10^{3} = \ldots\ldots$

15 $2.04 \times 10^{5} = \ldots\ldots$

16 $1.17 \times 10^{-4} = \ldots\ldots$

17 $61.4 \times 10^{-6} = \ldots\ldots$

أكتب الأعداد التالية بالصورة العلمية:

18 $65300 = \ldots\ldots$

19 $108000 = \ldots\ldots$

20 $0.0043 = \ldots\ldots$

21 $0.000276 = \ldots\ldots$

بسط واكتب ناتج الضرب والقسمة كقوة واحدة:

22 $3^{5} \times 3^{2} = \ldots\ldots$

23 $7^{0} \times 7^{-4} = \ldots\ldots$

24 $6^{-1} \times 6^{-5} = \ldots\ldots$

25 $\frac{5^{4}}{5^{7}} = \ldots\ldots$

26 $\frac{2^{-4}}{8} = \ldots\ldots$

27 $\frac{6 \times 3^{-3}}{2^{5} \times 3} = \ldots\ldots$

استعمل الحاسبة لتكتب ناتج الجمع و الطرح على صورة كسرعشري:

28 $\frac{1}{4} - \frac{5}{2} = \ldots\ldots$

29 $\frac{1}{5} + \frac{2}{3} = \ldots\ldots$

30 $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{13}{6} = \ldots\ldots$

استعمل الحاسبة لتكتب ناتج الضرب والقسمة على صورة كسرعشري:

31 $\frac{2}{7} \times \frac{28}{6} = \ldots\ldots$

32 $\frac{7}{3} \div \frac{56}{-21} = \ldots\ldots$

33 $\frac{15}{9} + \frac{81}{60} - \frac{27}{8} = \ldots\ldots$

أكتب مثالاً واحداً لكل خاصية من الخصائص الآتية :

34 لكل $a, b, c \in Q$ إذا كان $a \leq b$ فإن $a + c \leq b + c$

35 لكل $a, b, c \in Q$ إذا كان $a > b$ وأن $c < 0$ فإن $ac < bc$

36 لكل $a, b, c \in Q$ إذا كان $a \geq b$ وأن $c < 0$ فإن $\frac{a}{c} \leq \frac{b}{c}$

الدرسُ [2-1]

مفهوم الأعداد الحقيقية وتمثيلها على مستقيم الأعداد
Concept of Real Numbers and Representing on a Number Line

فكرةُ الدرسِ
- التعرف إلى مفهوم الأعداد الحقيقية وتمثيلها على مستقيم الأعداد ومقارنتها وترتيبها .

المفردات
- العدد النسبي.
- العدد غير النسبي.
- العدد الحقيقي.

تَعَلَّم

رسم أحمد لوحة فنية تمثل احدى المعالم الأثرية، وفي اعلى مقدمة البناء يظهر المثلث القائم الزاوية، واطوال الضلعين القائمين في اللوحة هو 2m،3m جد طول الوتر، وبين أهو عدد نسبي أم لا؟

[2-1-1] مفهوم الأعداد الحقيقية Concept of Real Numbers

تعرفت سابقا إلى الأعداد النسبية والتي يمكن كتابتها على شكل كسر أو عدد عشري منته أو عددٍ عشريّ دوري،

مثال : $4.5 = 4\frac{1}{2}$ ، $2.\overline{3} = 2\frac{5}{3} = \frac{11}{3}$ ، $1.\overline{3} = \frac{4}{3}$ ، $\sqrt{1.69} = 1.3$

إما الأعداد غير النسبية فتكتب بوصفها أعداداً عشرية غير منتهية وغير دورية، وأن كل عدد طبيعي لايكتب على شكل مربع كامل، يكون جذره التربيعي عدداً غير نسبي .

مثال : $\sqrt{3} = 1.7320508....$ ، $\sqrt{5} = 2.2360679....$.

وكذلك العدد غير النسبي لايمكن كتابته على صورة الكسر $\frac{a}{b}$ **إذ** $b \neq 0$.

مجموعة الأعداد الحقيقية (R) تتألف من أتحاد مجموعة الأعداد النسبية (Q) ومجموعة الأعداد غير النسبية (H).

$$R = Q \cup H$$

مثال (1)

جد طول الوتر، وبين أهو عدد نسبي أم لا ؟

نفرض أن طول الوتر هو المتغير x وبتطبيق نظرية فيثاغورس فإن :

$$x^2 = 2^2 + 3^2 \Rightarrow x^2 = 4 + 9 \Rightarrow x^2 = 13 \Rightarrow x = \sqrt{13}$$

وبأستعمال الآلة الحاسبة فإن :

$$x = \sqrt{13} = 3.6055512.....$$

نلاحظ أن قيمة الجذرالتربيعي للعدد 13 هو عدد عُشري غير دوري وغير منتهي لذا هو عدد غير نسبي (عدد حقيقي).

مثال (2)

صنف العددَ من حيث كونهُ عدداً نسبياً أو غير نسبي أو غير حقيقي :

i) $\sqrt{9} = 3$ عدد صحيح،عدد نسبي،عدد حقيقي

ii) $\sqrt{8} = 2.828427...$ عدد غير نسبي، عدد حقيقي

iii) $\frac{0}{5} = 0$ عدد صحيح،عدد نسبي،عدد حقيقي

iv) $\sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3}$ عدد نسبي، عدد حقيقي

v) $\sqrt{-17}$ عدد غير حقيقي

vi) $\frac{4}{0}$ غير معرف

vii) $\sqrt{\frac{16}{5}} = 2.23606...$ عدد غير نسبي،عدد حقيقي

viii) $\frac{10}{3} = 3.33333...$ عدد نسبي،عدد حقيقي

ix) $-3\frac{2}{5} = -3.4$ عدد نسبي،عدد حقيقي

x) $-\sqrt{2} = -1.414213...$ عدد غير نسبي،عدد حقيقي

[2-1-2] تمثيلُ الأعدادِ الحقيقيةِ على مستقيم الأعداد
Represent The Real Numbers on a Number Line

تتمتع الأعداد الحقيقية بخاصية الكثافة وهي أن بين كل عددين حقيقيين يوجد على الاقل عددٌ حقيقيٌ آخر، ولاتنطبق هذه الخاصية على الأعداد الطبيعية أو الأعداد الصحيحة. ويمكن تمثيل الأعداد الحقيقية على مستقيم الأعداد، ونحتاج الى تقريب الأعداد غير النسبية لأقرب جزء من العشرة (عُشر) لتمثيلها على مستقيم الأعداد .

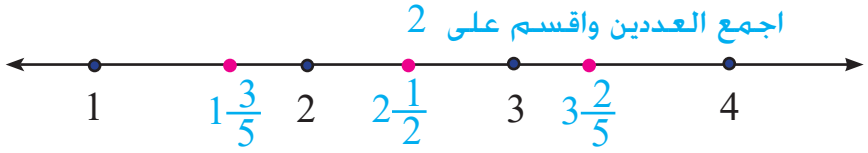
مثال (3) جد عدداً حقيقياً بين العددين $3\frac{2}{5}$ ، $1\frac{3}{5}$ ومثله على مستقيمِ الأعدادِ .

$(3\frac{2}{5} + 1\frac{3}{5}) \div 2$

$= 4\frac{5}{5} \div 2$

$= 5 \div 2$

$= 2\frac{1}{2}$



إذن العدد $2\frac{1}{2}$ هو العدد الذي يقع بين العددين $3\frac{2}{5}$ ، $1\frac{3}{5}$

مثال (4) قَدِرِ الجذور التربيعية التالية لأقرب عُشر. ثم مثلها على مستقيمِ الأعدادِ :

i) $\sqrt{5} = 2.2$

ii) $-\sqrt{3} = -1.7$

[2-1-3] مقارنةُ الأعدادِ الحقيقيةِ وترتيبها
Coparison and Arrangement of Real Numbers

تعلمت سابقاً مقارنة الأعداد النسبية وترتيبها، وبالأسلوب نفسه سوف تقارن الأعداد الحقيقية وترتيبها بعد كتابتها بالصورة العشرية مقربة لأقربِ جزءٍ من العشرة (عُشر).

مثال (5) قارنْ بين الأعداد الحقيقية مستعملاً الرموز ($=$ ، $<$ ، $>$) :

i) $\sqrt{5}$ [$<$] $2\frac{1}{2}$, $\sqrt{5} = 2.236...$, $2\frac{1}{2} = 2.5$ $\Rightarrow$ $2.236... < 2.5$

ii) $\sqrt{3}$ [$>$] $\sqrt{1.69}$, $\sqrt{3} = 1.732...$, $\sqrt{1.69} = 1.3$ $\Rightarrow$ $1.732... > 1.3$

مثال (6) i) رتِّب الأعداد الحقيقية التالية من الأصغر الى الأكبر : $\sqrt{7}$ ، $\sqrt{11}$ ، $\sqrt{3}$

$\sqrt{7} = 2.645...$ ، $\sqrt{11} = 3.316...$ ، $\sqrt{3} = 1.732...$ $\Rightarrow$ $\sqrt{3}$ ، $\sqrt{7}$ ، $\sqrt{11}$

ii) رتِّب الأعداد الحقيقية التالية من الأكبر الى الأصغر : $-\sqrt{8}$ ، $-2\frac{1}{2}$ ، -2.9

$-\sqrt{8} = -2.828...$ ، $-2\frac{1}{2} = -2.5$ ، -2.9 $\Rightarrow$ $-2\frac{1}{2}$ ، $-\sqrt{8}$, -2.9

تأكَّدْ من فهمِكَ

صنف العدد من حيث كونه عدداً نسبياً أو غير نسبيٍّ أو غير حقيقي :

الأسئلة (1 -10)
مشابهة للمثالين(1,2)

1 $\sqrt{16}$ 2 $\sqrt{11}$ 3 $\frac{0}{2}$ 4 $\sqrt{\frac{9}{25}}$ 5 $\sqrt{-27}$

6 $\frac{8}{0}$ 7 $\sqrt{\frac{36}{7}}$ 8 $\frac{20}{6}$ 9 $-5\frac{3}{2}$ 10 $-\sqrt{6}$

قدر الجذور التربيعية التالية بالتقريب لأقرب عُشر. ثم مثلها على مستقيم الأعداد:

الأسئلة (11 -13)
مشابهة للمثال (4)

11 $\sqrt{7} \approx$ ..... 12 $-\sqrt{5} \approx$ ..... 13 $\sqrt{\frac{8}{25}} \approx$ .....

قارن بين الأعداد الحقيقية مستعملاً الرموز ($<$ ، $>$ ، $=$) :

الأسئلة (14 -16)
مشابهة للمثال (5)

14 $\sqrt{3}$ ☐ $3\frac{1}{3}$ 15 $-\sqrt{8}$ ☐ $\sqrt{2.25}$ 16 $\frac{0}{12}$ ☐ $\frac{0}{5}$

الأسئلة (17 ,18)
مشابهة للمثال (6)

17 رتب الأعداد الحقيقية التالية من الأصغر الى الأكبر: $\sqrt{2}$ ، $\sqrt{13}$ ،2.236...

18 رتب الأعداد الحقيقية التالية من الأكبر الى الأصغر: -2.21 ، $-3\frac{1}{4}$ ، $-\sqrt{6}$

تدربْ وحلّ التمرينات

صنف العدد من حيث كونه عدداً نسبياً أو غير نسبيٍّ أو غير حقيقي :

19 $\sqrt{25}$ 20 $\sqrt{17}$ 21 $\frac{0}{-6}$

22 $\frac{13}{0}$ 23 $\sqrt{\frac{49}{5}}$ 24 $\frac{20}{6}$

قدر الجذور التربيعية التالية بالتقريب لأقرب عُشر.ثم مثلها على مستقيم الأعداد :

25 $\sqrt{8} \approx$ ..... 26 $-\sqrt{2} \approx$ .....

قارن بين الأعدادِ الحقيقيةِ مستعملاً الرموز ($<$ ، $>$ ، $=$) :

27 $\sqrt{13}$ ☐ $3\frac{1}{5}$ 28 $-\sqrt{12}$ ☐ $\sqrt{6.25}$

29 رتِّب الأعداد الحقيقية التالية من الأكبرِ الى الأصغرِ : -3.06 ، $-3\frac{1}{5}$ ، $-\sqrt{14}$

تدربْ وحلّ مسائلَ حياتيةً

30 **ساحةُ التحريرِ:** ساحة التحرير احدى الساحات الرئيسة في وسط مدينة بغداد، صممت بشكل دائري، محيطها 176m وقطرها 56m. بين أيمثل حاصل قسمة محيط الساحة على قطرها عدداً نسبياً أم عدداً غير نسبي ؟

31 **دلافين:** نزلت ثلاثة دلافين بالأعماق التالية تحت سطح الماء:

$$-10\times\sqrt{\frac{36}{144}}\ \text{m}\ ،\ -10\times\sqrt{\frac{1}{8}}\ \text{m}\ ،\ -10\times\sqrt{\frac{9}{25}}\ \text{m}$$

رَتِّبْ أعماق الدلافين بالنسبة الى مستوى سطح الماء من الأقرب الى سطح الماء الى الأبعد عمقاً وبالأعداد العشرية.

32 **لوحةٌ فنيةٌ:** رسمت لوحة فنية على قطعة زجاج مستطيلة الشكل بعداها 60cm ، 40cm. جد قطر اللوحة الفنية، ويمثل القطرعدداً نسبيا أم عدداً غير نسبي؟

فَكِّرْ

33 **تحدٍ :** تعلمت سابقاً أن محيط الدائرة مقسوماً على قطرها يساوي النسبة الثابتة π وهي عدد غير نسبي . ما قطر الدائرة التي محيطها 12cm ؟ وضح اجابتك .

34 **أصحِّحُ الخطأ :** قالت شيماء إن العدد $\sqrt{\frac{16}{48}}$ يمثل عدداً نسبياً في حين أنّ العدد $\sqrt{\frac{16}{49}}$ عددٌ غير نسبي حدد خطأ شيماء وصححه.

35 **حِسٌّ عدديٌّ :** هل أنّ العددَ $\sqrt{\frac{9}{4}}$ يقع بين العددين $\sqrt{3}$ ، $\sqrt{2}$ ؟

أُكتبْ

ناتجُ جمعِ العددين الحقيقين بعد تقريبهما لأقرب عُشر : $\sqrt{5}+\sqrt{7}\approx$ .....

الدرسُ [2-2] خصائصُ الأعدادِ الحقيقيةِ

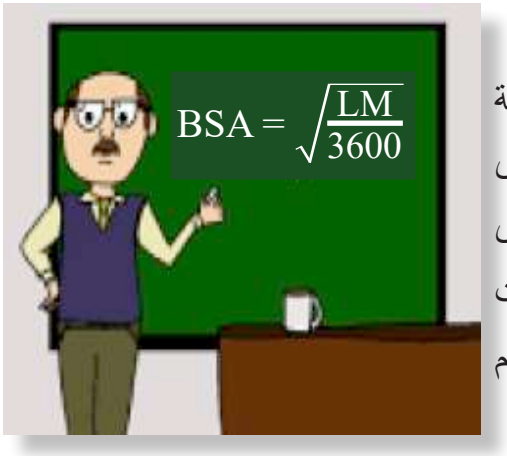
Properties of Real Numbers

فكرةُ الدرسِ
- التعرف إلى خصائص الأعداد الحقيقية .

المفردات
- خاصية الأبدال.
- خاصية التجميع.
- خاصية التوزيع.
- العنصر المحايد.
- النظير الجمعي.
- النظير الضربي.

تعلّم

قيمة الجذر $\sqrt{\frac{LM}{3600}}$ تمثل المساحة السطحية لجسم الأنسان، إذ إن L يمثل طول الأنسان بالسنتميتر و M يمثل كتلة جسم الأنسان بالكيلوغرامات وتستعمل المساحة السطحية لجسم الأنسان في حساب جرعات الأدوية.



جدِ المساحةَ السطحيةَ لجسمِ رجلٍ كتلته 80kg وطوله 170cm .

[2-2-1] خاصية الأبدال والتجميع والتوزيع
Commutative Property, Accusative Property and Distributive Property

تعرفت سابقا إلى خصائص الأعداد الصحيحة والأعداد النسبية ،وبالأسلوب نفسه سوف تتعرف إلى خواص الأعداد الحقيقية وهي: خاصية الأبدال، خاصية التجميع، خاصية التوزيع، العنصر المحايد، النظير الجمعي، النظير الضربي وتبدأ بالخصائص الثلاث الأولى وهي:

الرمز $\forall$ يعني لكل

خاصية الأبدال

i) $a+b = b+a \ , ab = ba, \ \forall \ a,b \in R$

خاصية التجميع

ii) $a+(b+c) = (a+b)+c \ , a(bc) = (ab)\ c, \ \forall \ a,b,c \in R$

خاصية التوزيع

iii) $a\ (\ b+c) = ab + ac, \ \forall \ a,b,c \in R$

ملاحظةٌ: عملية الجمع لا تتوزع على عملية الضرب.

مثال (1) **جد المساحة السطحية لجسم شخص كتلته 80kg وطوله 170cm .**

القانون الذي يمثل المساحة السطحية لجسم الأنسان هو : $BSA = \sqrt{\frac{LM}{3600}}$.

BSA **مختصر** (Body Surface Area) **وهي مساحةُ سطحِ الجسمِ .**

والآن بالتعوض عن المتغيرات بالقيم المعطاة :

اكتب 170 على شكل (100+70) $BSA = \sqrt{\frac{170 \times 80}{3600}} \Rightarrow BSA = \sqrt{\frac{(100+70) \times 80}{3600}}$

استعملْ خاصيةَ التوزيعِ $\Rightarrow BSA = \sqrt{\frac{100 \times 80 + 70 \times 80}{3600}}$

$\Rightarrow BSA \approx 1.943 cm^2$

مثال (2) اكتب مثالاً لكل خاصيةٍ من الخصائص الآتية :

i) $a+b = b+a$, $ab = ba$, $\forall\ a,b \in R \Rightarrow \sqrt{3}+\sqrt{2} = \sqrt{2}+\sqrt{3}$; $\sqrt{2}, \sqrt{3} \in R$

ii) $a+(b+c) = (a+b)+c$, $a(bc) = (ab)c$, $\forall\ a,b,c \in R$

$\Rightarrow \sqrt{3}+(\sqrt{2}+\sqrt{5}) = (\sqrt{3}+\sqrt{2})+\sqrt{5}$, $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5} \in R$

iii) $a(b+c) = ab+ac$, $\forall\ a,b,c \in R \Rightarrow \sqrt{7}(\sqrt{3}+\sqrt{5}) = \sqrt{7}\sqrt{3}+\sqrt{7}\sqrt{5}$,

$\sqrt{7}, \sqrt{3}, \sqrt{5} \in R$

نشاط: اطلب الى الطلاب إعطاء مثال للجزء الثاني من كلِّ خاصيةٍ.

[2-2-2] العنصرُ المحايدُ. النظيرُ الجمعيُّ والنظيرُ الضربيُّ
Identity Element , Additive Inverse and Multiplicative Inverse

العدد 0 هو المحايد لعملية الجمع (المحايد الجمعي)

iv) $a+0 = 0+a = a$, $\forall\ a \in R$

العدد 1 هو المحايد لعملية الضرب (المحايد الضربي)

$1 \times a = a \times 1 = a$, $\forall\ a \in R$

النظير الجمعي

v) $a+(-a) = (-a)+a = 0$, $\forall\ a, -a \in R$

النظير الضربي

vi) $a \times \frac{1}{a} = \frac{1}{a} \times a = 1$, $\forall\ a \in R, a \neq 0$

مثال (3) اكتبْ مثالاً لكلِّ خاصية من الخصائص الآتية:

iv) $a+0 = 0+a = a$, $\forall\ a \in R \Rightarrow \sqrt{8}+0 = 0+\sqrt{8} = \sqrt{8}$, $\sqrt{8} \in R$

$1 \times a = a \times 1 = a$, $\forall\ a \in R \Rightarrow 1 \times \sqrt{13} = \sqrt{13} \times 1 = \sqrt{13}$, $1, \sqrt{13} \in R$

v) $a+(-a) = (-a)+a = 0, \forall\ a,-a \in R \Rightarrow \sqrt{5}+(-\sqrt{5}) = (-\sqrt{5})+\sqrt{5} = 0$, $\sqrt{5}, -\sqrt{5} \in R$

vi) $a \times \frac{1}{a} = \frac{1}{a} \times a = 1$, $\forall\ a \in R, a \neq 0 \Rightarrow \sqrt{17} \times \frac{1}{\sqrt{17}} = \frac{1}{\sqrt{17}} \times \sqrt{17} = 1$, $\sqrt{17} \in R$

مثال (4) جدِ النظير الجمعيّ للأعدادِ الحقيقيةِ الآتية:

i) $6\sqrt{5}+2$ ii) $\sqrt{3}-\sqrt{11}$ iii) $-2\sqrt{8}+\frac{1}{2}$

i) $6\sqrt{5}+2+(-6\sqrt{5}-2) = (6\sqrt{5}-6\sqrt{5})+(2-2) = 0 \Rightarrow$ نظير $6\sqrt{5}+2$ هو $-6\sqrt{5}-2$

ii) $\sqrt{3}-\sqrt{11}+(-\sqrt{3}+\sqrt{11}) = (\sqrt{3}-\sqrt{3})+(-\sqrt{11}+\sqrt{11}) = 0 \Rightarrow$ نظير $\sqrt{3}-\sqrt{11}$ هو $-\sqrt{3}+\sqrt{11}$

iii) $-2\sqrt{8}+\frac{1}{2}+(2\sqrt{8}-\frac{1}{2}) = (-2\sqrt{8}+2\sqrt{8})+(\frac{1}{2}-\frac{1}{2}) = 0 \Rightarrow$ نظير $-2\sqrt{8}+\frac{1}{2}$ هو $2\sqrt{8}-\frac{1}{2}$

جدِ النظير الضربيّ للأعدادِ الحقيقيةِ الآتية :

iv) $\sqrt{\frac{1}{7}}$ v) $-2\sqrt{3}+3$ vi) $-6\frac{2}{5}$

iv) $\sqrt{\frac{1}{7}} = \frac{1}{\sqrt{7}} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{7}} \times \sqrt{7} = 1 \Rightarrow$ نظير $\sqrt{\frac{1}{7}}$ هو $\sqrt{7}$

v) $(-2\sqrt{3}+3) \times \frac{1}{-2\sqrt{3}+3} = 1 \Rightarrow$ نظير $(-2\sqrt{3}+3)$ هو $\frac{1}{-2\sqrt{3}+3}$

vi) $\frac{-32}{5} \times \frac{5}{-32} = 1 \Rightarrow$ نظير $\frac{-32}{5}$ هو $\frac{5}{-32}$

تَأكّد من فهمِكَ

اكتب مثالاً لكل خاصية من الخصائص الآتية :

الأسئلة (1 - 3) مشابه للمثال (2)

1 $a+b = b+a$, $ab = ba$, $\forall\ a,b \in R$

2 $a+(b+c) = (a+b)+c$, $a(bc) = (ab)\,c$, $\forall\ a,b,c \in R$

3 $a(b+c) = ab+ac$, $\forall\ a,b,c \in R$

جد النظير الجمعي للأعداد الحقيقية الآتية:

الأسئلة (4 - 9) مشابه الى المثال (4)

4 $4\sqrt{2} - 1$

5 $\sqrt{5} + \sqrt{7}$

6 $-9\sqrt{11} + \frac{1}{3}$

7 $-5\sqrt{3} + 8$

8 $\frac{1}{\sqrt{11}} - 6$

9 $-4\frac{2}{3}$

جد النظير الضربي للأعداد الحقيقية الآتية :

الأسئلة (10 - 15) مشابه الى المثال (4)

10 $\sqrt{\frac{1}{5}}$

11 $3\sqrt{7} - 7$

12 $-11\frac{2}{3}$

13 $-6\sqrt{\frac{1}{3}}$

14 $\sqrt{2} - \frac{1}{3}$

15 $8\frac{1}{2} - 5\frac{5}{2}$

تدربْ وحلّ التمرينات

اكتبْ مثالاً لكل خاصيةٍ من الخصائص الآتية:

16 $a+0 = 0+a = a$, $\forall\ a \in R$

17 $a+(-a) = (-a)+a = 0$, $\forall\ a, -a \in R$

جدِ النظيرَ الجمعيّ للأعدادِ الحقيقيةِ الآتية:

18 $-6\sqrt{13} - 5$

19 $-\sqrt{1} - \sqrt{3}$

جدِ النظيرَ الضربيّ للأعدادِ الحقيقيةِ الآتية :

20 $-\sqrt{\frac{1}{8}}$

21 $-5\sqrt{2} - 5$

قَدّرِ النظير الضربي للجذور التربيعية التالية بالتقريبِ لأقربِ عُشرٍ :

22 $-\sqrt{\frac{1}{7}}$

23 $\sqrt{\frac{1}{7.3}}$

تدربْ وحلّ مسائلَ حياتيةً

24 **شاشةُ تلفاز:** اشترت مروه تلفاز طول شاشتهِ 48cm وعرضُه 36cm. جدِ النظيرَ الجمعيّ لقطر شاشة التلفاز.

25 **غوْصٌ:** نزل ثلاثةُ غواصين بالأعماق التالية تحت سطحِ الماء:

$-30 \times \sqrt{\frac{9}{25}}\ m$, $-24 \times \sqrt{\frac{1}{16}}\ m$, $-18 \times \sqrt{\frac{36}{81}}\ m$

رَتِّبِ النظيرَ الضربيّ لأعماقِ الغواصين بالنسبة إلى مستوى سطحِ الماءِ من الأبعدِ عمقاً الى الأقربِ الى سطحِ الماءِ.

26 **سَمَكَةُ القرش:** النظيرُ الضربيُّ لطولي سمكتي قرشٍ هو $\sqrt{\frac{6.25}{36}}\ m$, $\sqrt{\frac{2.25}{81}}\ m$ قارنْ بين طوليهما الحقيقين.

فَكِّر

27 **تحدٍّ:** رتب النظير الجمعي للقيمة التقديرية للجذور التربيعية التالية بالتقريبِ إلى أقرب عُشر من الأصغر الى الأكبر : $\sqrt{7}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$

28 **أُصَحِّحُ الخطأ :** قال ياسين إن $(-5\sqrt{7}+1)$ هو النظيرُ الجمعيُّ للعدد $\frac{1}{-5\sqrt{7}+1}$

لأن : $(-5\sqrt{7}+1) \times \frac{1}{-5\sqrt{7}+1} = 1$. حَدِّدْ خطأ ياسين وصحِّحه .

29 **حِسٌّ عدديّ:** أيساوي حاصل ضرب أي عدد حقيقي في المقلوب السالب له العدد 1 ؟

أُكتبْ

الخاصيةُ التي تُعَبِّرُ عن المثال الآتي :

$\sqrt{3}+(-\sqrt{3})=(-\sqrt{3})+\sqrt{3}=0$, $\sqrt{3}$, $-\sqrt{3} \in R$

الدرسُ [2-3]

تبسيطُ الجُمَل العددية التي تحتوي على جذورٍ تربيعيةٍ

Simplifying the Numerical Sentences which contain Square Roots

فكرةُ الدرسِ

- تبسيطُ الجَمَل العددية التي تحتوي على جذور تربيعية.

المفردات

- تنسيب المقام.

تعلم

العنكبوتُ هي انثى العنكب و هي التي تبني بيت العنكبوت وتصلُ عددُ الخيوط الى 400 الف خيط وطول الخيـــط الواحد 20cm، رسمَ بســـامُ لوحةٌ فنيةٌ لبيت العنكبـوت على لـــوح زجـــاجيّ مستطيلٍ طـولـه $5\sqrt{18}$ cm وعرضه $3\sqrt{2}$ cm ما محيطُ اللوحةِ الفنيةِ؟

[2-3-1] تبسيط الجمل العددية باستعمال الخصائص (الأبدال والتجميع و التوزيع)

Simplifying the Numerical Sentences by using the properties (Commutative , accusative, distributive)

تعلمتَ سابقا تبسيط الجمل العددية التي تحتوي على اعدادٍ نسبية باستعمال خصائص الأعداد، وبالأسلوب نفسه سوف تتعلم تبسيط الجمل العددية التي تحتوي على جذورٍ تربيعيةٍ باستعمال الخصائص (الأبدالِ والتجميعِ والتوزيعِ) ويمكن استعمال الخصائص الآتية:

i) $\sqrt{ab} = \sqrt{a}\ \sqrt{b}\ ,\quad \forall\ a,b \geq 0$

ii) $\sqrt{a}\ \sqrt{a} = a\ ,\quad \forall\ a \geq 0$

iii) $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}\ ,\quad \forall\ a \geq 0\ ,\ b > 0$

مثال (1) جِدْ محيطَ اللوحةِ الفنيةِ المستطيلةِ الشكلِ التي أبعادُها $5\sqrt{18}$ cm ، $3\sqrt{2}$ cm التي رسمها بسام .

المتغيرات تمثل : المحيط P ، الطول L ، العرض W

استعملْ خاصية التوزيعِ

$P = 2(L + W)$

$= 2(5\sqrt{18} + 3\sqrt{2})$

$= 2 \times 5\sqrt{18} + 2 \times 3\sqrt{2}$

عوض عن $\sqrt{18}$ بما يساويها هو $\sqrt{9}\ \sqrt{2}$

$= 10 \times \sqrt{9}\ \sqrt{2} + 6\sqrt{2}$

عوض عن $\sqrt{9}$ بما يساويها هو 3

$= 10 \times 3\sqrt{2} + 6\sqrt{2}$

تبسيط المقدار بجمع الحدود المتشابهة

$= 30\sqrt{2} + 6\sqrt{2}$

$= 36\sqrt{2}$

إذن طول محيط اللوحة الفنية هو $36\sqrt{2}$ cm

مثال (2) بَسّطِ الجمل العددية التالية باستعمال الخصائص (الأبدالِ والتجميعِ والتوزيعِ) :

i) $5\sqrt{12} - 7\sqrt{32} = 5\sqrt{3 \times 4} - 7\sqrt{2 \times 16}$

$= 5\sqrt{3}\sqrt{4} - 7\sqrt{2}\sqrt{16}$

$= 5\sqrt{4}\sqrt{3} - 7\sqrt{16}\sqrt{2}$

$= (5 \times 2)\sqrt{3} - (7 \times 4)\sqrt{2}$

$= 10\sqrt{3} - 28\sqrt{2}$

ii) $\sqrt{5}(\sqrt{10} + \sqrt{3}) = \sqrt{5}\sqrt{10} + \sqrt{5}\sqrt{3}$

$= \sqrt{50} + \sqrt{15}$

$= \sqrt{25 \times 2} + \sqrt{15}$

$= \sqrt{25}\ \sqrt{2} + \sqrt{15}$

$= 5\sqrt{2} + \sqrt{15}$

[2-3-2] تبسيطُ الجملِ العدديةِ باستعمالِ الخصائص (العنصرُ المحايدِ، النظيرُ الجمعيُّ والنظيرُ الضربيُّ)
Simplifying the Numerical Sentences by using the properties (Identity Element, Additive Invers, Multiplicative Inverse)

سوف تتعلمُ تبسيط الجملِ العدديةِ التي تحتوي على جذور تربيعية باستعمال الخواصِّ (العنصر المحايد، النظير الجمعي، النظيرالضربيُّ)، وفي حالة الكسر الذي مقامه جذر تربيعي فسوف تستعمل عملية تنسيب المقام وهو تحويل مقام الكسر الى مقدار ليس فيه جذرٌ وذلك بأن تضربَ الكسرَ بالمحايدِ الضربي (العدد1)، ثم تعوضُ عنه بكسرٍ مناسبٍ) .

مثال (3) بسط الجملَ العدديةَ التالية باستعمالِ الخواصِّ (العنصرِ المحايدِ، النظيرِ الجمعيِّ والنظيرالضربيِّ) :

$$\frac{3+\sqrt{7}}{\sqrt{7}} = \frac{3+\sqrt{7}}{\sqrt{7}} \times 1$$

اضرب الكسر في العدد 1 (المحايد الضربي)

$$= \frac{3+\sqrt{7}}{\sqrt{7}} \times \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}}$$

عوِّضْ عن العددِ 1 بالكسر $\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}}$ (ضرب البسط والمقام)

$$= \frac{\sqrt{7}\,(3+\sqrt{7})}{\sqrt{7}\,\sqrt{7}}$$

استعملْ خاصيةَ التوزيع

$$= \frac{3\sqrt{7}+\sqrt{7}\,\sqrt{7}}{7}$$

بسطِ المقدار إذ إنّ $\sqrt{7}\cdot\sqrt{7} = 7$

$$= \frac{3\sqrt{7}+7}{7}$$

مثال (4) بسطِ الجُمل العددية التالية باستعمالِ خصائصِ الأعدادِ الحقيقيةِ :

i) $\sqrt{8}\,(1-\sqrt{2}\,) = \sqrt{8} - \sqrt{8}\,\sqrt{2}$
$= \sqrt{4}\,\sqrt{2} - \sqrt{16}$
$= 2\sqrt{2} - 4$

ii) $\sqrt{3}\,(\sqrt{3}+\sqrt{27}\,) = \sqrt{3}\,\sqrt{3} + \sqrt{3}\,\sqrt{27}$
$= 3 + \sqrt{3}\,\sqrt{3}\,\sqrt{9}$
$= 3 + 9 = 12$

iii) $6\sqrt{125} + 2\sqrt{5} - 4\sqrt{5}$
$= 6\sqrt{25}\,\sqrt{5} - 2\sqrt{5}$
$= 30\sqrt{5} - 2\sqrt{5} = 28\sqrt{5}$

iv) $\frac{1}{2}\sqrt{7} + \frac{1}{3}\sqrt{7} - \frac{1}{6}\sqrt{7}$
$= \sqrt{7}\,(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{6})$
$= \sqrt{7}\,(\frac{3+2-1}{6}) = \frac{2}{3}\sqrt{7}$

v) $\frac{\sqrt{5}-8}{2\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}-8}{2\sqrt{5}} \times 1$
$= \frac{\sqrt{5}-8}{2\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}}$
$= \frac{\sqrt{5}\,\sqrt{5}-8\sqrt{5}}{2\sqrt{5}\,\sqrt{5}}$
$= \frac{5-8\sqrt{5}}{10}$

vi) $\frac{9\sqrt{44}}{4\sqrt{3}} \div \frac{8\sqrt{11}}{\sqrt{3}}$
$= \frac{9\sqrt{44}}{4\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{8\sqrt{11}}$
$= \frac{18\sqrt{11}}{4} \times \frac{1}{8\sqrt{11}}$
$= \frac{9}{16}$

تَأكّد من فهمكَ

بسطِ الجُمل العددية التالية باستعمالِ الخصائص (الأبدالِ، التجميعِ، التوزيعِ) :

الأسئلة (1-6) مشابهة للمثالين (1,2)

1 $4\sqrt{3} - 9\sqrt{3}$

2 $\sqrt{7}\ (\sqrt{7} + \sqrt{2})$

3 $3\sqrt{12} - 5\sqrt{8}$

4 $\sqrt{6}\ (2\sqrt{3} + 6\sqrt{2})$

5 $\sqrt{27}\ (5 - \sqrt{3})$

6 $\sqrt{2}\ (\sqrt{6} - 3\sqrt{2})$

بسطِ الجُمل العددية التالية باستعمالِ الخصائص (العنصرِ المحايدِ، النظيرِ الجمعيِ والنظيرِ الضربيِ) :

الأسئلة (7-12) مشابهة للمثال (3)

7 $\dfrac{\sqrt{7} - 2}{\sqrt{3}}$

8 $\dfrac{8 + \sqrt{7}}{4\sqrt{5}}$

9 $\dfrac{\sqrt{8} - 1}{2\sqrt{8}}$

10 $\dfrac{\sqrt{12} - 2}{2\sqrt{3}}$

11 $\dfrac{\sqrt{20} + \sqrt{5}}{\sqrt{5}}$

12 $\dfrac{12 - 6\sqrt{3}}{\sqrt{27}}$

بسطِ الجُمل العددية التالية باستعمال خصائصِ الأعدادِ الحقيقيةِ :

الأسئلة (13 -18) مشابهة للمثال (4)

13 $\sqrt{3}\ (5 - \sqrt{3})$

14 $\sqrt{7}\ (\sqrt{7} + \sqrt{28})$

15 $4\sqrt{32} + 3\sqrt{2} - 5\sqrt{2}$

16 $\frac{1}{4}\sqrt{11} + \frac{1}{5}\sqrt{11} - \frac{1}{2}\sqrt{11}$

17 $\dfrac{\sqrt{24} - 5}{2\sqrt{3}}$

18 $\dfrac{7\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \div \dfrac{14\sqrt{3}}{\sqrt{6}}$

تدربْ وحلّ التمرينات

بسطِ الجُمل العددية التالية باستعمال الخصائص (الأبدالِ، التجميعِ، التوزيعِ) :

19 $\sqrt{2}\ (1 + 7\sqrt{2})$

20 $\sqrt{5}\ (\sqrt{20} - \sqrt{5})$

21 $\sqrt{10}(3\sqrt{5} - 7\sqrt{2})$

22 $\sqrt{54}(2 - \sqrt{2})$

بسط الجمل العددية التالية باستعمال الخصائص (العنصر المحايد، النظير الجمعي، النظير الضربي) :

23 $\dfrac{9 - 2\sqrt{5}}{3\sqrt{5}}$

24 $\dfrac{\sqrt{6} - 5}{\sqrt{3}\sqrt{2}}$

بسط الجمل العددية التالية باستعمالِ خصائصِ الأعدادِ الحقيقيةِ :

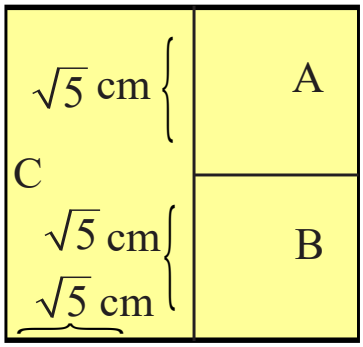
25 $\sqrt{2}\ (7 + \sqrt{3}) - 4\sqrt{6}$

26 $3\sqrt{8} + 3(\sqrt{6} - \sqrt{72})$

27 $\dfrac{8\sqrt{6}}{\sqrt{8}} \div \dfrac{12\sqrt{3}}{\sqrt{98}}$

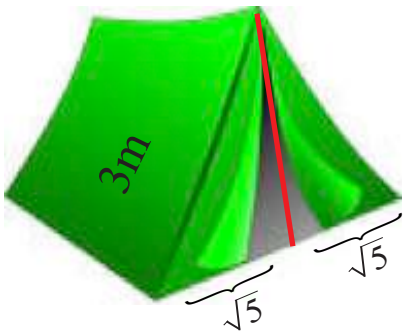
تدربْ وحلّ مسائلَ حياتيةً

28 **هندسةٌ:** الشكلُ الهندسيُّ المجاور مكون من ثلاثة أقسام: القسمُ A يمثلُ مربعٌ وهو مطابق الى القسمِ B، القسم C يمثلُ مستطيلاً. جدِ المساحةَ الكليةَ للشكلِ الهندسيِّ.



29 **سيارةُ الحريق:** توقفتْ سيارةُ الحريقِ على بعد 20m من عمارةٍ سكنيةٍ، فرفعت سلم الحريق بزاوية معينة وبكامل طوله البالغ 35m فوصل الى احد طوابق العمارة. ما ارتفاع الطابق الذي وصل اليه سلم الحريق على اعتبار سيارة الحريق مع العمارة تمثل مثلث قائم الزاوية، جدِ الناتجَ بالتقريبِ لأقربِ عُشرٍ.

30 **خيمة:** واجهة الخيمة تمثل مثلثاً متساوي الساقين وتحتاج كل خيمة الى عمودين واحد للواجهة الأمامية وواحد للواجهة الخلفية لتثبيتها، إذا كان طول قاعدة الواجهة الأمامية للخيمة هو $2\sqrt{5}$ m وطولُ حرفها المائل 3m. ما طولُ الأعمدةِ التي نحتاج إليها لتركيب 4 خيم؟



فكِّر

تحدٍّ: بسطِ الجُمل العددية التالية باستعمال خصائص الأعداد الحقيقية :

31 $\frac{1-7\sqrt{2}}{\sqrt{2}} - \frac{1-2\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$

32 $\frac{12-8\sqrt{3}}{6\sqrt{5}} \div \frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{20}}$

33 **أُصحِّحُ الخطأ:** قال منير أن ناتج تبسيط الجملة العددية $\frac{1}{2}\sqrt{8} + \frac{1}{3}\sqrt{18} - \frac{2}{5}\sqrt{50}$ هو $2\sqrt{2}$ حدد خطأ منير وصححه .

34 **حسٌّ عدديّ:** ما احتمالية طول كل ضلع من الضلعين القائمين في مثلثٍ قائم الزاوية طولُ الوترُ فيه $\sqrt{5}$ cm ؟ .

اكتبْ

جملةٌ عدديةٌ فيها جذورٌ حقيقيةٌ وبسطها باستعمالِ خاصيةِ التوزيعِ .

الدرسُ [2-4]

تطبيقاتٌ على نظريةِ فيثاغورس

Application for Pythagorean Theorem

فكرةُ الدرسِ

- إيجاد الجذرين التربيعين الموجب والسالب لعدد.
- عكس نظرية فيثاغورس.
- تمثيل الأعداد غير النسبية على مستقيم الأعداد.

المفردات

- الجذرُ التربيعيُ الأساسيَّ.

تَعَلَّم

نقش أثري يمثل جوانب من الحياة اليومية في الدولة السومرية (2850- 2400 ق.م.) ونلاحظ اختلاط فن النحت ببدايات فن الفسيفساء وتجميع الحجارة الملونة. اللوحة مربعة الشكل مساحتها $9m^2$ جد طول ضلعِ اللوحةِ.

[2-4-1] ايجادُ الجذرين التربيعين الموجبِ والسالبِ لعددٍ

Finding the Positive and Negative Square Roots for Number

تعلمتَ سابقاً ايجادَ الجذرِ التربيعي الموجب لعدد، والجذر التربيعي لعدد ما هو العملية العكسيةُ لتربيع جذر هذا العدد: $8^2 = 64$ أي $\sqrt{64} = 8$، والان سوف تتعلم بان لكل عدد موجب جذران تربيعيان، احدهما موجب والآخر سالبٌ: الجذرُالموجبُ للعدد 64 هو 8 لأن $8 \times 8 = 64$ والجذر السالب هو8 - لأن $-8 \times -8 = 64$ ويمكن كتابته على شكل $\pm\sqrt{64} = \pm 8$ أي أن: $+\sqrt{64} = +8$ ، $-\sqrt{64} = -8$ عند استعمال الآلة الحاسبة فأنه يظهر فقط الجذر التربيعي الموجب ، ويسمى بالجذر التربيعيِّ الأساسيِّ للعددِ.

وعليه فأن $\sqrt{a} \geq 0 \ \forall \ a \geq 0$

مثال (1) **جِدْ طول ضلع اللوحة الفنية المربعة الشكل التي مساحتها $9m^2$.**

المتغير L يمثل طول ضلع اللوحة الفنية المربعة

طول ضلع اللوحة الفنية هو 3m

نلاحظ أن :

$L = \sqrt{9}$

$= 3$

$3 \times 3 = 9 \Rightarrow +\sqrt{9} = +3$

$-3 \times -3 = 9 \Rightarrow -\sqrt{9} = -3$

وكذلك

ولكن الجذر التربيعي السالبَ يهمل لأنه لايوجدُ طولٌ حقيقيٌ بالسالبِ.

مثال (2) **جِدْ الجذرين التربيعين الموجبِ والسالبِ للأعدادِ الآتية :**

i) $36 \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{36} = 6 \ , \ 6 \times 6 = 36 \\ -\sqrt{36} = -6 \ , \ -6 \times -(6) = 36 \end{cases}$

ii) $81 \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{81} = 9 \ , \ 9 \times 9 = 81 \\ -\sqrt{81} = -9 \ , \ -9 \times (-9) = 81 \end{cases}$

iii) $\frac{9}{16} \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{\frac{9}{16}} = \frac{3}{4} \ , \ \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} = \frac{9}{16} \\ \sqrt{\frac{9}{16}} = -\frac{3}{4} \ , \ -\frac{3}{4} \times -\left(\frac{3}{4}\right) = \frac{9}{16} \end{cases}$

iv) $6.25 \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{6.25} = 2.5, \ 2.5 \times 2.5 = 6.25 \\ -\sqrt{6.25} = -2.5, -2.5 \times (-2.5) = 6.25 \end{cases}$

[2-4-2] عكسُ نظرية فيثاغورس
The Corvers of Pythagorean Theorem

تعرفت سابقاً إلى نظرية فيثاغورس التي تصف العلاقة بين طولي الساقين والوتر في مثلث قائم الزاوية (مربع طول الوتر يساوي مجموع مربعي طول ساقيه). والآن سوف تتعرف إلى عكس نظرية فيثاغورس (في أي مثلث إذا كان مربع طول أحد اضلاعه يساوي مجموع مربعي طول الضلعين الآخرين، فإن المثلث يكون قائم الزاوية).

مثال (3)

إذا كانتْ قياساتُ الأضلاعِ الثلاثةِ لمثلث هي : 3cm , 4cm , 5cm .

حددْ فيما إذا كان المثلث قائم الزاوية أم لا؟

اكتبْ مَربعّ طول كلّ ضلع من أضلاع المثلث $3^2 = 9$, $4^2 = 16$, $5^2 = 25$

وبما أن $16+9 = 25$، لذا فأنه يحققُ عكس نظريةِ فيثاغورس، ايّ المثلث قائمُ الزاوية

[2-4-3] تمثيلُ الأعدادِ غير النسبية على مستقيمِ الأعدادِ
Representing The Irrational Numbers on a Number Line

تعلمتَ سابقاً كيفية تمثيلِ الأعدادِ النسبيةِ على مستقيمِ الأعدادِ وكذلك تعلمتَ في الدرسِ الأول من هذا الفصلِ كيفيةَ تمثيلِ الجذورِ التربيعية للأعدادِ على مستقيمِ الأعداد بعد كتابةِ قيمتها مقربةً لأقربِ عُشرٍ.

والآن سوف تتعلم كيفية تمثيل العدد غير النسبي على مستقيمِ الأعدادِ بشكلٍ دقيق ومن دون تقريبٍ.

مثال (4) مثِّل العدد $\sqrt{41}$ على مستقيم الأعداد بشكلٍ دقيقٍ.

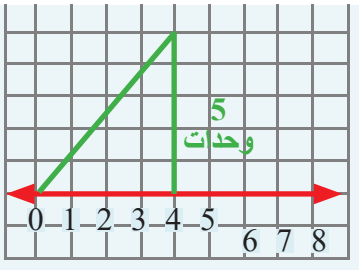
الخطوة 1: جد عددين مربعين مجموعهما 41.

$41 = 25 + 16$

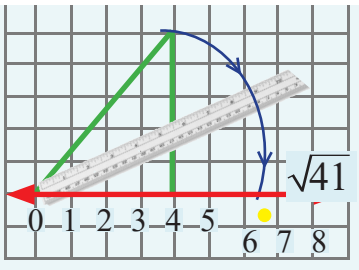
$41 = 5^2 + 4^2$

طول وترٍ لمثلثٍ قائم الزاوية طول ساقية 5 ، 4 هو $\sqrt{41}$

الخطوة 2: ارسم على ورقِ المربعاتِ مثلثاً قائم الزاوية طول ساقيه 5 ، 4 وحدة



الخطوة 3: افتحِ الفرجال بطولِ الوتر، ثم ضع رأسه عند العدد صفر وارسم قوساً يقطع مستقيم الأعداد في نقطةٍ تمثلُ العدد $\sqrt{41}$



تأكدَّ من فهمكَ

جدِ الجذرين التربيعين الموجبِ والسالبِ للأعدادِ الآتية :

الأسئلة (1 - 8) مشابهة الى المثالين (1,2)

1 16 2 25 3 49 4 64

5 $\frac{9}{25}$ 6 $\frac{36}{81}$ 7 1.21 8 2.25

حددْ ما إذا كان كلُ مثلث بالأضلاعِ المعطاة هو مثلثٌ قائم الزاوية . وتحققْ من إجابتك:

الأسئلة (9 - 12) مشابهة الى المثال (3)

9 40 cm, 9 cm, 41 cm 10 4 cm, 7 cm, 5 cm

11 6 cm, 8 cm, 10 cm 12 17 cm, 13 cm, 12 cm

جدْ طولَ الضلعِ القائمِ بتقريبِ الناتج لأقرب عُشر إذا عَلمْت طول الوتر وضلع قائم لكل مثلث مما يأتي:

13 12 cm, 6 cm, ... 14 10 cm, 20 cm, ...

مِّثل الأعداد التالية على مستقيمِ الأعدادِ بشكلٍ دقيقٍ :

الأسئلة (15 - 22) مشابهة الى المثال (4)

15 $\sqrt{5}$ 16 $\sqrt{13}$ 17 $\sqrt{20}$ 18 $\sqrt{29}$

19 $\sqrt{34}$ 20 $\sqrt{52}$ 21 $\sqrt{45}$ 22 $\sqrt{65}$

تدربْ وحلّ التمرينات

جدِ الجذرين التربيعين الموجبِ والسالبِ للأعدادِ الآتية :

23 4 24 36 25 81

26 $\frac{9}{4}$ 27 $\frac{25}{64}$ 28 10.24

حددْ ما إذا كان كلُ مثلث بالأضلاعِ المعطاة هو مثلثٌ قائم الزاوية . وتحققْ من إجابتك:

29 2 cm, 3 cm, $\sqrt{13}$ cm

30 20 cm, 15 cm, 625 cm

جدْ طولَ الضلعِ القائمِ بتقريبِ الناتج لأقرب عُشر إذا عَلمْت طول الوتر وضلع قائم لكل مثلث مما يأتي:

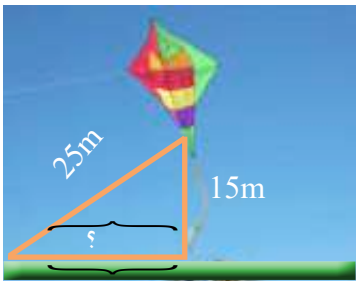
31 9cm, 6 cm, ... 32 10 cm, 5 cm, ...

مِّثل الأعداد التالية على مستقيمِ الأعدادِ بشكلٍ دقيقٍ :

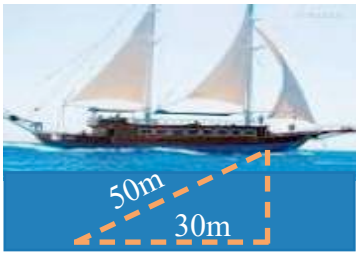
33 $\sqrt{2}$ 34 $\sqrt{10}$

35 $\sqrt{85}$ 36 $\sqrt{41}$

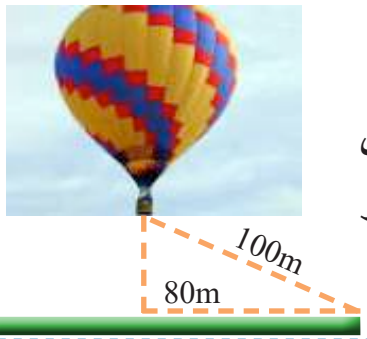
تدربْ وحلّ مسائلَ حياتيةً



37 **طائرةٌ ورقيةٌ:** تعدُّ الطائرةُ الورقيةُ، احدى اللعب المفضلة عند كثيرٍ من الأطفال. في الشكل المجاور أذا كان ارتفاع الطائرة الرأسي عن سطح الأرض 15m، وطولُ الخيط المثبتة به الطائرة من طرفٍ وبيد الطفل من طرف آخر هو 25m. ما نوعُ المثلث الذي تشكل من ارتفاع الطائرة و الخيط والمسافة الأفقية، جد طول المسافة الأفقية.



38 **مركبٌ شراعيٌ:** الشكل المجاور لمركب شراعي يطفو على سطح الماء. جد عمق الماء مقرباً لأقربِ عُشرٍ، إذا علمْتَ طول الوتر والضلع القائم كما مثبته في الشكل.



39 **منطاد:** المنطادُ هو بالونٌ كبير الحجم متصل بأسفله بسلة لنقل الناس أو البضائع وله استخدامات عديدة كوسيلة نقل. الشكل المجاور يمثل منطاداً هوائياً. جِدْ ارتفاعه عن سطحِ الأرضِ.

فَكِّر

تحدٍّ: جد الجذرين التربيعين الموجب والسالب للأعداد الآتية :

40 $\frac{\sqrt{32}}{\sqrt{2}}$ 41 $\frac{\sqrt{243}}{\sqrt{3}}$ 42 $\frac{\sqrt{625}}{\sqrt{16}}$

43 **أُصحِّح الخطأ:** قالت سندس أن المثلث الذي اضلاعة 1.5cm, 1.1cm, 1.8cm يمثل مثلثاً قائم الزاوية. حدد خطأ سندس وصححه.

حسٌ عدديّ: هل يمكن رسم مثلث قائم الزاوية قياس اطول اضلاعه كما يلي؟ موضحاً اجابتك :

44 3 cm , 5 cm , $\sqrt{34}$ cm 45 1.5 cm, 2.5 cm, 3.5 cm

أُكتب

معادلة يمكن إيجاد طول الضلع المجهول فيها لمثلثٍ قائمِ الزاوية فيه قياس طول الوتر 10cm، وضلع القائم 6cm.

الدرسُ [2-5] المستوي الاحداثي

Coordinate Plane

فكرةُ الدرسِ
- تمثيل جدول قيم في المستوي الإحداثي.
- إيجاد المسافة بين نقطتين.

المفردات
- الزوج المرتب.
- المستوي الإحداثي.
- نقطة الأصل.
- محور السينات.
- محور الصادات.
- جدول قيم.
- الأرباع.

تعلم

النمر(*Tiger*) حيوانٌ ضخمٌ مفترس من الثدييات آكلة اللحوم، من فصيلة السنوريات والأسم العلمي له *Panthera Tigers*. تلدُ النمرةُ (انثى النمر) منْ جروٍ الى ثمانيةِ جراءٍ يظلّون في رعاية أمهم مدة 6 اسابيع ثم يعتمدون على أنفسِهم. الجدول التالي يبين عدد الجراء وكمية الحليب التي يحتاجون اليها في اليوم الواحدِ مثل الجدول في المستوي الإحداثي.

عدد الجراء	2	4	6	8
الكمية (لتر)	1	2	3	4

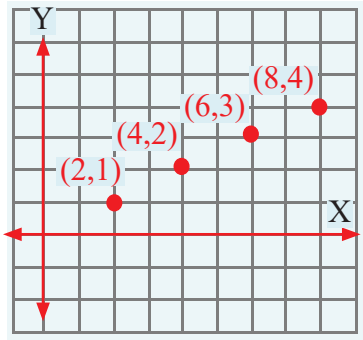
[2-5-1] تمثيلُ جدولِ قيمٍ في المستوي الإحداثي

Representing Values Table in the Coordinate Plane

تعرفت سابقاً إلى المستوي الإحداثي الذي يتكون من مستقيمين متعامدين في نقطة تسمى نقطةَ الأصل، المستقيم الأفقي يعرف بمحورِ السيناتِ والمستقيم العمودي يعرف بمحور الصادات والمستوي مقسم على أربعة أرباع. وكذلك تعلمت كيفية تمثيل ازواج مرتبة في المستوي الإحداثي، والآن سوف تتعلم كيفية تمثيل جدول قيم في المستوي الأحداثي يتضمنُ اعداداً نسبية وذلك بكتابةِ الأزواج المرتبة اولاً من الجدول ثم تمثيلها على المستوي الإحداثي.

مثال (1) مثل جدول القيم التالي في المستوي الإحداثي .

عدد الجراء	2	4	6	8
الكمية (لتر)	1	2	3	4



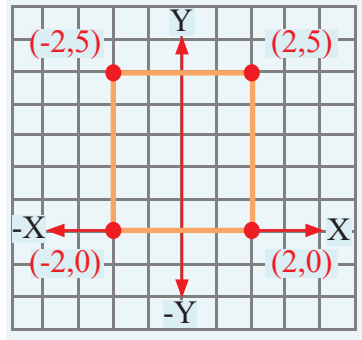
اكتب الازواجَ مرتبة: (2 ,1) ، (4 , 2) ، (6 , 3) ، (8 , 4)

مثل كلَّ زوج بنقطةٍ في المستوي الإحداثي.

كل الازواج المرتبة تقع في الربعِ الاولِ.

مثال (2) مثل جدول القيم التالي في المستوي الإحداثي وحدد الشكل الهندسي الذي يمثله.

X	-2	2	-2	2
Y	5	5	0	0



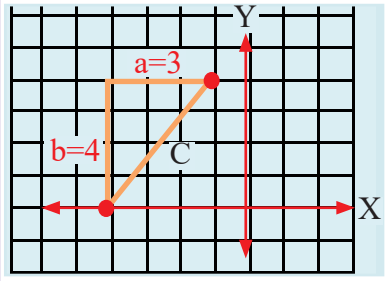
اكتب الأزواجَ المرتبة: (-2 ,5) ، (2 , 5) ، (-2 , 0) ، (2 , 0)

مثل كل زوج بنقطةٍ في المستوي الإحداثي، ثم صل بين النقاط الشكل الذي يمثله جدول القيم هو مستطيل .

[2-5-2] إيجادُ المسافةِ بين نقطتين في المستوي الإحداثي
Finding the Distance between two Points in the Coordinate Plane

تعلمت في الجزءِ الأولِ من الدرس كيفية كتابةِ الأزواجِ المرتبةِ من جدولِ قيمٍ ثم كيفيةَ تمثيلها في المستوي الإحداثي، والآن سوف تتعلم كيفية إيجادِ المسافةِ بين نقطتين في المستوي الإحداثي وكذلك إيجادِ البعد بشكل تقريبيٍّ بين المدن باستعمالِ نظريةِ فيثاغورس.

مثال (3) مثل الزوجين المرتبين (-4,0) ، (-1,4) في المستوي الإحداثي ثم جد المسافة بينهما .



اولاً: مثل النقطتين بالمستوي الإحداثي .

ثانياً: ارسمْ مثلثاً قائم الزاوية كما في الشكل المجاور .

ثالثاً: جد طول كل ضلع من الضلعين القائمين .

$b = 4$ وحدات ، $a = 3$ وحدات

رابعاً: استعمل نظرية فيثاغورس لإيجاد طول الوتر c

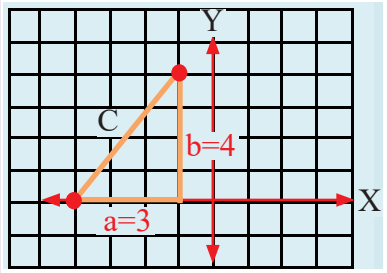
المسافة بين نقطتين دائماً موجبة

$c^2 = a^2+b^2 \Rightarrow c = \sqrt{a^2+b^2}$

$\Rightarrow c = \sqrt{9+16}$

$\Rightarrow c = \sqrt{25} \Rightarrow c = 5$

لذا المسافة بين النقطتين هو 5 وحدات

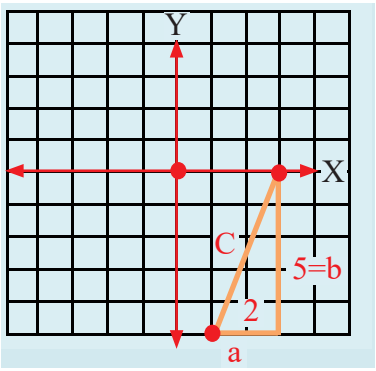


ملاحظةٌ: يمكن الحصول على المثلث القائم الزاوية كما يأتي:

1- من تقاطع المستقيمين المرسومين من النقطتين موازيان للمحورين.

2- من تقاطع العمودين المرسومين من النقطتين على المحورين.

مثال (4) مثلْ كلَّ زوجٍ من الزوجين المرتبين {(3,0)،(-5, 1)} ، {(0,0)،(-3,3)} في المستوي الإحداثي ثم جد المسافة بينهما مقربة لأقرب عُشر.



اولاً: مثل كل نقطتين بالمستوي الإحداثي .

ثانياً: ارسم مثلثات قائمة الزاوية كما في الشكل المجاور .

ثالثاً: جد طول كل ضلع من الضلعين القائمين لكلِّ مثلثٍ .

المثلث في الربعِ الرابعِ: وحدات $a= 2$ ، وحدات $b= 5$

المثلث في الربع الثاني: وحدات $a= 3$ ، وحدات $b= 3$

رابعاً: استعمل نظرية فيثاغورس لإيجاد طول الوتر c

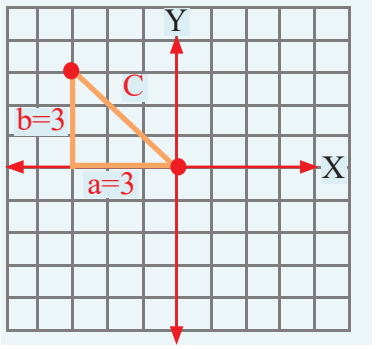
المثلث في الربعِ الرابعِ:

$c^2 = a^2+b^2 \Rightarrow c = \sqrt{a^2+b^2}$

$\Rightarrow c = \sqrt{4+25}$

$\Rightarrow c = \sqrt{29} \Rightarrow c \approx 5.4$

لذا المسافة بين النقطتين هو 5.4 وحدات تقريباً.



المثلث في الربع الثاني:

$c^2 = a^2+b^2 \Rightarrow c = \sqrt{a^2+b^2}$

$\Rightarrow c = \sqrt{9+9}$

$\Rightarrow c = \sqrt{18} \Rightarrow c \approx 4.2$

لذا المسافة بين النقطتين هو 4.2 وحدات تقريباً.

تَأكَّدْ من فهمِكَ

مثّلْ كلَّ جدولٍ من الجداول التالية في المستوي الإحداثي :

الأسئلة (1-4) مشابهة للمثالين (1,2)

1

X	0	-4	-3.5	5
Y	-1.5	1.5	-4	3.5

2

X	0	-2.5	0	2.5
Y	0	1.5	-3	0

3

X	-4	7	-3.5	0
Y	0	2.5	-4.5	-2.5

4

X	2	3	4	5
Y	0	0	0	0

مثّلْ كلَّ زوجٍ من الزوجين المرتبين في المستوي الإحداثي ثم جد المسافةَ بينهما مقربةً لأقربِ عُشرٍ إذا كانت لا تمثل عدداً صحيحاً:

الأسئلة (5-10) مشابهة للمثالين (3,4)

5 $\{(1 , 0) , (4 , 4)\}$

6 $\{(0 , 0) , (-5 , 4)\}$

7 $\{(-4 , -1) , (-1 , -6)\}$

8 $\{(-3 , -6) , (0 , 0)\}$

9 $\{(7 , 2) , (3 , 5)\}$

10 $\{(-2 , 0) , (0 , 3)\}$

تدربْ وحلّ التمرينات

مثّلْ كلَّ جدولٍ من الجداول التالية في المستوي الإحداثي وحدد الشكل الهندسي الذي يمثله جدول القيم:

11

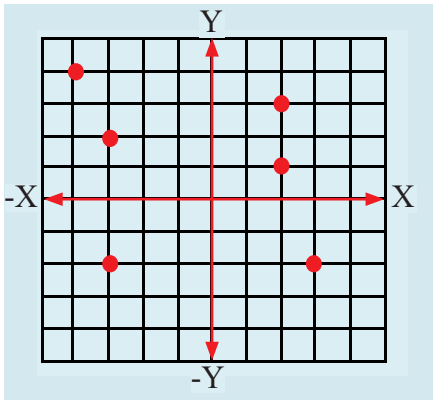
X	2	-2	-1	-5
Y	3.5	3.5	-4.5	-4.5

12

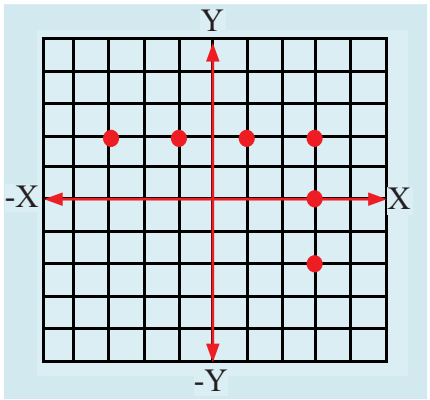
X	4	-4	0	0
Y	0	0	2	-5

اكتبِ الأزواجَ المرتبةَ من الشكلِ، ثم رتِّبها في جدولِ قيمٍ:

13



14



مثّلْ كلَّ زوجٍ من الزوجين المرتبين في المستوي الإحداثي ثم جد المسافةَ بينهما مقربةً لأقربِ عُشرٍ إذا كانت لاتمثل عدداً صحيحاً:

15 $\{(6 , 0) , (0 , 3)\}$

16 $\{(-5 , 0) , (0 , 5)\}$

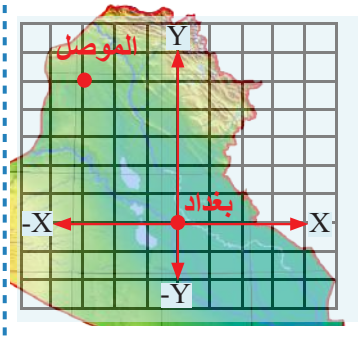
17 $\{(2 , -4) , (4 , 0)\}$

18 $\{(5 , 1) , (2 , 5)\}$

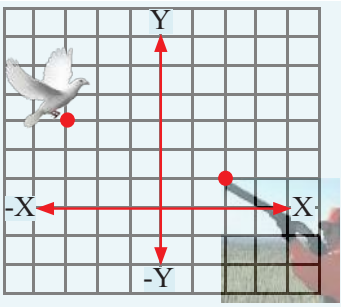
19 $\{(0 , 0) , (-4 , -4)\}$

20 $\{(-5 , -1) , (-1 , -6)\}$

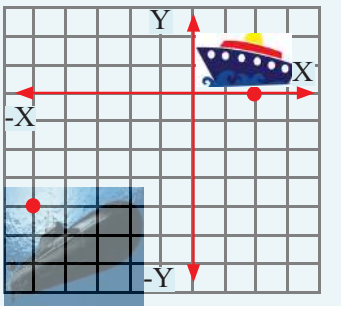
تدربْ وحلّ مسائلَ حياتيةً



21 **خريطةٌ:** تمثِّل كلّ وحدةٍ على الخريطةِ 77km من المسافة الحقيقية. تقع مدينةُ الموصلِ في النقطة (-3,5) ومدينةُ بغدادُ على نقطةِ الأصلِ. ما المسافة التقريبية بين بغدادَ و الموصلِ ؟



22 **صيدٌ:** تمثل كل وحدة على الشّكل البياني 50m من المسافةِ الحقيقيةِ. إذا وقف الصياد في النقطة (2,1) ووجّه بندقيته الى طيرٍ في النقطة (-3,3)، ما المسافة التقريبية بين الطّيرِ والصّيادِ؟



23 **غواصةٌ:** تمثِّلُ كلُّ وحدة على الشَّكل البياني 5km من المسافة الحقيقية. غواصة تحت الماء تقف في النقطة (-5,-4) تريد أن تصيب هدفاً في النقطة (2,0). ما المسافةُ التقريبيةُ بين الهدفِ والغواصةِ ؟

فكِّر

تحدٍّ: مثل كل جدولٍ من الجداول التالية في المستوي الإحداثي وحدد الشكل الهندسي الذي يمثلُه .

24

X	3	-3	-3	3
Y	3	3	-3	-3

25

X	1	-5	1	-2
Y	0	0	3	3

26 **أصحِّحُ الخطأ:** قال خالد أن الإحداثي الصادي (Y) لنقطة تقع على محور السينات (X) يمثل المسافة بين النقطة ونقطة الأصل. حدد خطأ خالد وصححه.

27 **حسٌّ عددي:** هل أن جدول القيم التالي يمثل شكلاً مضلعاً سداسياً عند تمثيله على المستوي الإحداثي؟ ولماذا؟

X	4	0	-4	-4
Y	4	4	-4	0

أكتبِ

أسم الشكل الهندسي الذي يمثله جدولَ القيمِ التالي عند تمثيله في المستوي الإحداثي .

X	1	1	6	6
Y	3	1	3	1

صنف العدد من حيث كونه عدداً نسبياً أو غير نسبيٍّ أو غير حقيقي :

1 $-\sqrt{49}$ 2 $\sqrt{13}$ 3 $\frac{0}{-6}$ 4 $\sqrt{\frac{9}{25}}$ 5 $\sqrt{-16}$

قدر الجذور التربيعية التالية بالتقريب لأقرب عُشر.ثم مثلها على مستقيم الأعداد :

6 $\sqrt{15} \approx$..... 7 $-\sqrt{32} \approx$..... 8 $\sqrt{\frac{16}{21}} \approx$..... 9 $\sqrt{7.3} \approx$.....

قارن بين الأعداد الحقيقية مستعملاً الرموز ($=$ ، $<$ ، $>$) :

10 $\sqrt{17}$ ⬚ $4\frac{1}{5}$ 11 $-\sqrt{9}$ ⬚ $-\sqrt{6.25}$ 12 $\frac{0}{\sqrt{7}}$ ⬚ $\frac{0}{\sqrt{5}}$

13 **رتب الأعداد الحقيقية التالية من الأصغر الى الأكبر:** $2.236... , \sqrt{2.25} , \sqrt{2}$

14 **رتب الأعداد الحقيقية التالية من الأكبر الى الأصغر:** $-\sqrt{11} , -3\frac{1}{4} , -3.33$

اكتب مثالاً لكل خاصية من الخواص الآتية:

15 $1 \times a = a \times 1 = a , \forall\ a \in R$ 16 $a \times \frac{1}{a} = \frac{1}{a} \times a = 1 , \forall\ a \in R , a \neq 0$

جد النظير الجمعي للأعداد الحقيقية الآتية:

17 $5\sqrt{11}$ -7 18 $-\sqrt{1}$ - $\sqrt{2}$ 19 $\sqrt{12}$ - $\frac{1}{16}$ 20 $\frac{3}{\sqrt{5}}$ - $\frac{4}{\sqrt{5}}$

جد النظير الضربي للأعداد الحقيقية الآتية :

21 $\sqrt{\frac{1}{12}}$ 22 $-6\sqrt{3}$ -7 23 $\sqrt{5}$ - $\frac{1}{5}$ 24 $-3\frac{1}{2}$ - $1\frac{4}{3}$

قدر النظير الضربي للجذور التربيعية التالية بالتقريب لأقرب عُشر :

25 $\sqrt{\frac{1}{7}}$ 26 $-\sqrt{\frac{1}{8}}$ 27 $\sqrt{\frac{11}{25}}$ 28 $\sqrt{\frac{1}{5.6}}$

بسط الجمل العددية التالية باستعمال خصائص الأعداد الحقيقية:

29 $\frac{6 - 2\sqrt{3}}{3\sqrt{5}}$ 30 $\frac{\sqrt{8} - 7\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$ 31 $\frac{6\sqrt{8}}{\sqrt{6}} \div \frac{12\sqrt{3}}{\sqrt{27}}$ 32 $\frac{3\sqrt{8}}{\sqrt{45}} \times \frac{\sqrt{125}}{\sqrt{32}}$

33 $\sqrt{3}(9+\sqrt{3}) - 2\sqrt{27}$ 34 $\sqrt{7}(\sqrt{7} - \sqrt{14}) - 9\sqrt{2}$ 35 $\frac{1}{\sqrt{5}}\sqrt{11} + \frac{1}{5}(\sqrt{50} - \sqrt{55})$

جد الجذرين التربيعين الموجب والسالب للأعداد الآتية :

36 9 37 225 38 $\frac{25}{36}$ 39 1.21 40 10.24

حدد ما إذا كان كل مثلث بالأضلاع المعطاة هو مثلث قائم الزاوية . وتحقق من إجابتك:

41 3cm , 5cm , 6cm 42 7cm , 5cm , $\sqrt{74}$ cm 43 2cm , 1.5cm , 2.5cm

مثل كل زوج من الزوجين المرتبين في المستوي الإحداثي ثم جد المسافة بينهما مقربة لأقرب عُشر إذا كانت لاتمثل عدداً صحيحاً .

44 $\{(3 , 0) . (0 , 3)\}$ 45 $\{(-4 , 0) . (0 , 4)\}$ 46 $\{(-1 , 5) . (-4 , 2)\}$

47 $\{(4 , -1) . (1 , -5)\}$ 48 $\{(0 , 0) . (-3 , -3)\}$ 49 $\{(-2 , -3) . (-4 , 1)\}$

الفصلُ 3

الحدوديات

Polynomials

الدرس [3-1] جمعُ المقاديرِ الجبريّةِ وطرحُها.

الدرس [3-2] ضربُ حدٍّ جبريٍّ في مقدارٍ جبريٍّ.

الدرس [3-3] ضربُ المقاديرِ الجبريّةِ.

الدرس [3-4] قسمةُ مقدارٍ جبريٍّ على حدٍّ جبريٍّ.

الدرس [3-5] تحليلُ المقاديرِ الجبريّةِ.

حوضٍ كبير للاسماك في أحد المجمعات التجارية قاعدته مربعة الشكل. ما أرتفاع الحوض اذا كانَ حجمُه $8192m^3$ وطول ضلع قاعدته 32m؟

اكتبُ المعامل (م) والمتغير (غ) في الحدودِ الجبريّةِ الاتية :

1 $|-2|xy$, المتغير..... المعامل.....

2 $30r^2v^2$ المتغير.....المعامل....

3 $\sqrt{16}\,h^3k^2$, المتغير..... المعامل.....

4 $\frac{1}{2}\,z^2y$, المتغير..... المعامل....

5 $10w^3h$, المتغير..... المعامل.....

6 w^5z^2, المتغير..... المعامل....

جدْ ناتج جمع الحدودِ الجبريّةِ الاتية :

7 $5h^2k + 10h^2k + \frac{1}{2}h^2k + |-\frac{1}{5}|h^2k$

8 $x^2y^2z + \frac{1}{3}\,x^2y^2z + 6x^2y^2z$

9 $2r^2v + \frac{1}{4}r^2v + 16r^2v + |-\frac{1}{2}|r^2v$

10 $|-7|\,a^2b + 14\,a^2b + \frac{1}{28}a^2b$

11 $10xy + \frac{1}{20}\,xy + \frac{1}{5}xy + 4xy$

12 $7a^2b^2z + |-18|\,a^2b^2z + 9a^2b^2z$

13 $2x^4y^2 + \frac{1}{5}x^4y^2 + |-\frac{1}{5}|x^4y^2$

14 $12\,g^2h^2 + \frac{1}{3}g^2h^2 + \frac{1}{4}g^2h^2$

جدْ ناتج طرح الحدودِ الجبريّةِ الاتية :

15 $\frac{1}{25}h^2k - 15h^2k - 5h^2k - |-\frac{1}{5}|h^2k$

16 $16\,r^2v^2 - \frac{1}{32}\,r^2v^2 - 64\,r^2v^2$

17 $\frac{2}{3}xy - \frac{10}{6}\,xy - |-\frac{1}{3}|xy$

18 $30a^2b^2 - 5a^2b^2 - 15a^2b^2$

19 $|-15|z^2v^2 - |-35|z^2v^2 - 5z^2v^2$

20 $24w^2z - \sqrt{144}\,w^2z - 9w^2z$

جد ناتج ضرب الحدودِ الجبريّةِ الاتية :

21 $(2x)(20y)$

22 $(6z^2)(3v^2)$

23 $(|-20|z)(r^3v^3)$

24 $10y(2x+60z+4)$

25 $30z^2(\frac{1}{3}v^2+\frac{1}{15}v^3y+\frac{2}{30}mn)$

26 $3y(20m^2n+4)$

جد القيمة العددية للمقاديرِالجبريّةِ الاتية :

27 $\frac{1}{2}\,z^2y^2 + 3zy + w$; $w=2, z=4, y=3$

28 $3h^3k^2 - 5h + 4$; $h=5, k=3$

29 $|-25|r^2v^2 + \frac{1}{3}v + 5$; $r=1, v=12$

30 $3xy - 2xy + 6$; $x=2, y=10$

31 جد المخرجات لقاعدةِ الدالةِ للمدخلاتِ الاتية :

المدخلات	قاعدة الدالة $2x^2+4$	المخرجات
-2		
0		
2		

الدرسُ [3-1]

جمعُ المقاديرِ الجبريّةِ وطرحها
Addition and subtraction of an Algebraic Expression

فكرةُ الدرسِ
- جمع المقدار الجبريّ .
- طرح المقدار الجبريّ .

المفردات
- جمعٌ.
- طرحٌ.

تعلَّم

حمولتان من المواد الغذائية تحتوي الحمولة الاولى على الرز والسكر والطحين بالكيلوغرامات وعلى الترتيب $30z^2$, $25y^5$, $54x^3$ والحمولة الثانية من المواد نفسها $25z^2$, $20y^5$, $36x^3$ فما مجموع الحمولتين، وما الفرق بينهما؟

[3-1-1] جمع المقادير الجبريّة Addition of an Algebraic Expressions

تعلمتَ سابقا جمعَ الحدودِ الجبريّةِ المتشابهة اما في هذا الدرسِ سنتعرف إلى جمع المقادير الجبريّة (لكي نجمع مقدارين جبريّن) نستعمل خصائص التبديل والتجميع في جمع الحدود المتشابهة .

مثال (1) جدْ مجموع الحمولتين الاولى والثانية معا.

الحمولة الاولى $(54x^3 + 25y^5 + 30z^2)$

الحمولة الثانية $(36x^3 + 20y^5 + 25z^2)$

مجموع الحمولتين
$= (54x^3 + 25y^5 + 30z^2) + (36x^3 + 20y^5 + 25z^2)$

استعمل خاصية التجميع
$= (54x^3 + 36x^3) + (25y^5 + 20y^5) + (30z^2 + 25z^2)$

اجمع الحدود المتشابهة
$= 90x^3 + 45y^5 + 55z^2$

لذا مجموع الحمولتين بالكيلو غرام هو $90x^3 + 45y^5 + 55z^2$

مثال (2) جدْ ناتج جمعِ المقاديرِ الجبريّةِ الاتية :

i) $\left(\frac{-1}{6} w^2z + \sqrt{2}\, r^2v^2 + \sqrt{5}\, h^3k^2\right) + \left(\frac{1}{3} w^2z + \sqrt{2}\, r^2v^2 + 2\sqrt{5}\, h^3k^2\right)$

استعملُ خاصية التجميع
$= \left(\frac{-1}{6}w^2z + \frac{1}{3} w^2z\right) + \left(\sqrt{2}\, r^2v^2 + \sqrt{2}\, r^2v^2\right) + \left(\sqrt{5}\, h^3k^2 + 2\sqrt{5}\, h^3k^2\right)$

اجمعُ الحدود المتشابهة
$= \left(\frac{1}{6} w^2z\right) + \left(2\sqrt{2}\, r^2v^2\right) + \left(3\sqrt{5}\, h^3k^2\right)$

ناتج جمع المقدارين
$= \frac{1}{6} w^2z + 2\sqrt{2}\, r^2v^2 + 3\sqrt{5}\, h^3k^2$

ii) $\left(\sqrt{2}\, xy^2 + \frac{1}{5} xy + 4\sqrt{3}\ x^2y\right) + \left(3\sqrt{2}\, xy^2 - \frac{1}{5} xy + \sqrt{3}\ x^2y\right)$

استعملُ خاصية التجميع
$= \left(\sqrt{2}\, xy^2 + 3\sqrt{2}\ xy^2\right) + \left(\frac{1}{5} xy - \frac{1}{5} xy\right) + \left(4\sqrt{3}\ x^2y + \sqrt{3}\ x^2y\right)$

اجمعُ الحدود المتشابهة
$= 4\sqrt{2}\ xy^2 + 0 + 5\sqrt{3}\ x^2y$

ناتج جمع المقدارين
$= 4\sqrt{2}\ xy^2 + 5\sqrt{3}\ x^2y$

iii)$(|-15|m^2n + 12gh + \frac{1}{20} r^2v^3) + (|-45|m^2n + 10gh + \frac{2}{30}r^2v^3)$

$= (|-15|m^2n+|-45|m^2n) + (12gh+10gh) + (\frac{1}{20}r^2v^3+\frac{1}{15}r^2v^3)$ استعمل خاصية التجميع

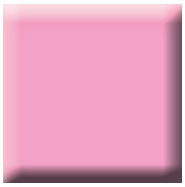
$= (15m^2n+45m^2n) + (22gh) + \frac{3+4}{60} r^2v^3$ اجمع الحدود المتشابهة

$= 60m^2n + 22gh + \frac{7}{60}r^2v^3$ ناتج جمع المقدارين

مثال (3)

محيطُ مثلث متساوي الاضلاع هو $2n^2+ 4y +5$ ومحيط مربع هو $4n^2 +6y+10$ اكتب المقدار الجبريِّ الذي يمثل مجموعَ محيطي المثلث والمربع.

$2n^2+ 4y +5$



$4n^2 +6y+10$

$(2n^2 +4y+5) + (4n^2+ 6y+10)$ استعمل خاصية التجميع

$= (2n^2+ 4n^2) + (4y + 6y) + (5+ 10)$ اجمع الحدود المتشابهة

$= 6n^2 + 10y +15$ ناتج جمع المقدارين

لذا مجموع محيطي المثلث والمربع بالامتار $6n^2 + 10y + 15$

[3-1-2] طرحُ المقاديرِ الجبريِّةِ
Subtraction of an Algebraic Expressions

تعلمتَ سابقا طرح الحدودِ الجبريِّةِ المتشابهة اي عند طرح حدٌ جبريٌّ من حدٍّ جبريٍّ اخر اجمع الحد الجبريِّ الاول مع النظير الجمعيِّ للحدِّ الجبريِّ الثاني وسوف نتعلم طرح المقادير الجبريِّة ولطرح مقدارٍ جبريٍّ من مقدار جبريٍّ اخر اعكس إشارة كل حد من حدودِ المقدارِ الجبريِّ الثاني (اي النظير الجمعي للمقدار الجبريِّ).

مثال (4) **مِنْ فقرة تعلَّم جد الفرق بين الحمولتين .**

الحمولة الاولى $(54x^3 , 25y^5 , 30z^2)$

الحمولة الثانية $(36x^3 , 20y^5 , 25z^2)$

$54x^3 + 25y^5 + 30z^2$ (الحمولةُ الاولى)

$36x^3 + 20y^5 + 25z^2$ (الحمولةُ الثانية)

$= (54x^3 +25y^5 +30z^2) - (36x^3 + 20y^5 + 25z^2)$ اجد الفرق بين الحمولتين

$= (54x^3 +25y^5 +30z^2)+(-36x^3 - 20y^5- 25z^2)$ تغيير اشارة الحدود الجبريِّة قي المقدار الثاني

$= (54x^3- 36x^3) +(25y^5- 20y^5)+(30z^2- 25z^2)$ استعمل خاصية التجميع

$=18x^3+ 5y^5 + 5z^2$ لذا الفرق بين الحمولتين $18x^3+ 5y^5 + 5z^2$

مثال (5) جدْ ناتجَ طرحِ المقادير الجبريّة الاتية :

i) $(3\sqrt{2}\,xy - |-2|zw - \sqrt{4}\,r^2v^2)\ ,\ (2\sqrt{2}\,xy - 10zw + 4r^2v^2)$

اطرح المقدار الثاني من الاول

$= (3\sqrt{2}\,xy - |-2|zw - \sqrt{4}\,r^2v^2) - (2\sqrt{2}\,xy - 10zw + 4r^2v^2)$

اضافةُ النظيرالجمعي

$= (3\sqrt{2}\,xy - 2zw - 2r^2v^2) + (-2\sqrt{2}\,xy + 10zw - 4r^2v^2)$

اجمعُ الحدود المتشابهة

$= (3\sqrt{2}\,xy - 2\sqrt{2}\,xy) + (-2zw + 10zw) + (-2r^2v^2 - 4r^2v^2)$

$= \sqrt{2}\,xy + 8zw - 6r^2v^2$

ii) $(3x^2 - 15y - 6) - (7x^2 - 9y + 6)$

اجمعُ الحدود المتشابهة

$= (3x^2 - 15y - 6) + (-7x^2 + 9y + -6)$

$= (3x^2 + (-7x^2)) + (-15y + 9y) + (-6 - 6)$

$= -4x^2 - 6y - 12$

مثال (6) نـافورةٌ مربعةُ الشكل مساحتها $(2m^2 - 2m - 6)$ مترمربع تقعُ في منتصف حديقة مستطيلة الشكل مساحتها $(3m^2 - 4m + 5)$ متر مربع ما مساحةُ الحديقةِ المحيطة بالنافورة؟

مساحةُ الحديقة

$(3m^2 - 4m + 5) - (2m^2 - 2m - 6)$

اضافةُ النظير الجمعيّ

$= (3m^2 - 4m + 5) + (-2m^2 + 2m + 6)$

اجمع الحدود المتشابهة

$= (3m^2 - 2m^2) + (-4m + 2m) + (5 + 6)$

اجدُ المقدار

$= m^2 - 2m + 11$

لذا مساحة الحديقة المحيطة بالنافورة $m^2 - 2m + 11$ متراً مربعاً

تأكَّدْ من فهمِكَ

جدْ جمع المقاديرِ الجبريّةِ الاتية:

الأسئلة (1 - 3)
مشابهة للمثالين 1-2

1. $(20x^2y^2 + \frac{1}{2}z^3w^2 + 5)\ ,\ (20x^2y^2 + \frac{3}{2}z^3w^2 + 10)$
2. $(\sqrt{2}\,h^3 + 2k^2y + 9)\ ,\ (2\sqrt{2}\,h^3 + k^2y + 6)$
3. $(|-\sqrt{5}\,|m^3n^2 + \frac{1}{5}r^2v^2 + 3)\ ,\ (5\sqrt{5}\,m^3n^2 + 2r^2v^2 + 4)$

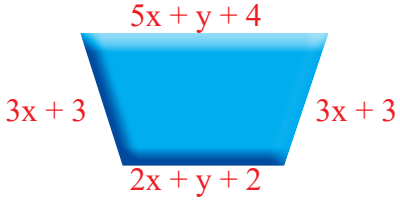
جدْ طرحَ المقاديرِ الجبريّةِ الاتية:

الأسئلة (4 - 6)
مشابهة للمثالين 4-5

4. $(7m^2n^2 + \frac{1}{3}y^2 + \sqrt{7})\ ,\ (6m^2n^2 + \frac{2}{9}y^2 + 2\sqrt{7})$
5. $(8a^3b + 10z - 4)\ ,\ (2a^3b + 5z + 3)$
6. $(\frac{1}{25}hk + 2y - 9)\ ,\ (5hk - y - 8)$

7. ما محيط الشكل المجاور

السؤال (7)
مشابهة للمثال 3



تدربْ وحلّ التمرينات

اجمعِ المقاديرَ الجبريّةَ الاتية:

8 $(|-12|x^2y^2z + 2ab + 4) , (x^2y^2z + ab - 2)$

9 $(4\sqrt{2}\, r^2v^2 + 2hk + 3) , (\sqrt{2}\, r^2v^2 + 5hk + 6)$

10 $(\frac{1}{10}zw + 10x + 2) , (\frac{2}{5}zw + 10x + 2)$

جد طرحِ المقاديرَ الجبريّةَ الاتية:

11 $(7m^2n^2 - |3|y + \sqrt{7}) , (7m^2n^2 + \frac{1}{3}y - 2\sqrt{7})$

12 $2\sqrt{2}\ a^3b + 20z - 4\sqrt{5} , \sqrt{2}\ a^3b + 5z + \sqrt{5}$

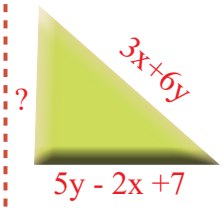
13 $(\frac{1}{25}hk + 2x - 9) , (\frac{1}{5}hk - 10x - 8)$

تدربْ وحلّ مسائلَ حياتيةً

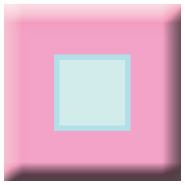
14 **كهربائية** في احد محال الاجهـزة الكهربائية بيعت في شـهر آذار اجهزة الغسالات بمبلغ $(\sqrt{2}\, x^3 + \frac{1}{2}yz + 4)$ دينار وأجهزه التبريد بمبلغ $(\sqrt{2}\, x^3 + 4yz + 8)$ دينار ما مجموع المبيعات للمحلّ في شهر آذار؟

15 **محطاتٌ:** انطلق قطاران من المحطة نفسها باتجاهين متعاكسين اصبح احدهما على بعد $(|2|\ x^2 + 4y + 20)$ كيلومتر من المحطة في حين أصبح القطار الثاني على بعد $(4x^2 + 10y + 2)$ كيلو متر من المحطة جِد المسافة بين القطارين.

فَكِّرْ



16 **تحدٍّ:** إذا كان محيط المثلث المجاور $8 + 12y + 4x$ متر فما طول الضلع المجهول؟



17 **تطبيقٌ هندسيٌ:** في الشكل المجاور مساحة المربع الكبير $(2x^2 + 24x + 3)$ متر مربع ومساحة المربع الصغير $(x^2 - 21x + 1)$ متر مربع ما الفرق بين مساحة المربع الكبير والمربع الصغير؟

18 **حسٌ عددي:** ما المقدار الذي تطرحة من $(7x^2 - 4y^2 + 5)$ لتحصل على الناتج $(x^2 + 3)$؟

أُكتبْ

مسألةٌ من واقع الحياة عن جمعِ وطرحِ المقدارين الجبريّين.

الدرسُ [3-2]

ضربُ حدٍّ جبريٍّ في مقدارٍ جبريٍّ
Multiplying an Algebraic Expression by an Algebraic Term

فكرةُ الدرسِ
- ضربُ حدٍّ جبريٍّ في حدٍّ جبريٍّ.
- ضربُ حدٍّ جبريٍّ في مقدارٍ جبريٍّ.

المفرداتُ
- حدٌّ جبريٌّ.
- مقدارٌ جبريٌّ.

تعلّم

صنعَ احمد صندوقاً من الخشب قاعدته مستطيلة الشكل إذا كان طولُ الصندوق بالسنتمترات $(\sqrt{10}m^2n^2)$ وعرضه $(\sqrt{5}\ m^2n^2)$ بالسنتمترات ما مساحةُ قاعدة الصندوق؟

[3-2-1] ضربُ حدٍّ جبريٍّ في حدٍّ جبريٍّ
Multiplying an Algebraic Term by an Algebraic Term

تعلمتَ سابقا ضرب حدٍّ جبريٍّ في حدٍّ جبريٍّ اذا كانت المتغيرات مختلفة اما في هذا الدرس سوف نتعلم ضرب حدٍّ جبريٍّ في حدٍّ جبريٍّ باستعمال الخواص الآتية: (i $a^{nm}=(a^n)^m$ (ii $a^n\cdot a^m=a^{n+m}$ (iii $a^0=1$ **إذ إن a عددٌ حقيقيٌ ولا يساوي صفراً.**

مثال (1) مساحةُ قاعدةِ الصندوقِ = الطول × العرض

اضرب المعاملات والمتغيرات

خواص الاعداد الحقيقية

عند الضرب تجمع الاسس

$A=\sqrt{10}m^2n^2\times\sqrt{5}\ m^2n^2$

$=(\sqrt{10}\times\sqrt{5})\ m^2\cdot m^2\cdot n^2\cdot n^2$

$=(\sqrt{10}\times\sqrt{5})\ m^{2+2}\cdot n^{2+2}$

$=\sqrt{50}m^4n^4$

$=5\sqrt{2}\ m^4n^4$

لذا مساحة المستطيل $5\sqrt{2}\ m^4n^4$ بالسنتمترات المربعة

مثال (2) جد ناتج الضرب في كلٍّ مما ياتي :

i) $(4x^3y^4)(6x^5y^5)=(4\times6)\ (x^3\times x^5)(y^4\times y^5)=24x^{3+5}\times y^{4+5}=24x^8y^9$

ii) $(9h^2k)(-2h^3k)=(9)(-2)(h^2\times h^3)(k\times k)=-18h^5k^2$

iii) $(|-12|r^2v)(|-4|r^2vn)=(12\times4)r^{2+2}v^{1+1}n=48r^4v^2n$

iv) $(\sqrt{36}z^2w^2)(6zk)=(6)(6)z^{2+1}w^2k=36z^3w^2k$

v) $(\sqrt{7}\ g^2h^2)(\sqrt{14}g)=(\sqrt{7})\ (\sqrt{14})\ (g^2\cdot g)\ (h^2)=7\sqrt{2}\ g^3h^2$

vi) $(\frac{5}{7}a^3b^3)\ (\frac{49}{25}a^{-2}b^{-3})=(\frac{\cancel{5}^{1}}{\cancel{7}_{1}}\times\frac{\cancel{49}^{7}}{\cancel{25}_{5}})\ a^{3+(-2)}b^{3+(-3)}=\frac{7}{5}ab^0=\frac{7}{5}a\times1=\frac{7}{5}a$

[3-2-2] ضرب حدٍّ جبريٍّ في مقدار جبريٍّ
Multiplication an Algebraic Term by an Algebraic a Expression

تعلمت سابقا ضرب حدٍّ جبريٍّ بمقدار جبريٍّ باستعمال خاصية التوزيع اذا كانت المتغيرات مختلفة والآن سوف نتعلم ضرب حدٍّ جبريٍّ بمقدارٍ جبريٍّ اذا كانت الأساسات متشابهة أو مختلفة باستعمال خاصية التوزيع ايضا.

مثال (4) جدْ ناتج الضربِ في كل مما ياتي :

i) $-5h^2k(3h^4k^2 + 6h^2k) = -5h^2k(3h^4k^2)+(-5h^2k)(6h^2k)$ باستعمال خاصية التوزيع والتجميع

$= (-5)(3)(h^2 \times h^4) \times (k \cdot k^2) + (-5)(6) \times (h^2 \cdot h^2) \times (k \cdot k)$

$= -15h^{2+4}k^{1+2} + (-30)h^{2+2}k^{1+1}$ عند الضرب تجمع الاسس

$= -15h^6k^3 - 30h^4k^2$

ii) $3m^3n^4(1 - 5mn^5) = 3m^3n^4(1) - (3m^3n^4)(5mn^5)$ باستعمال خاصية التوزيع والتجميع

$= (3)(m^3n^4) - (5)(3)m^3 \cdot m \cdot n^5 \cdot n^4$

$= 3m^3n^4 - 15m^{3+1}n^{5+4}$ عند الضرب تجمع الاسس

$= 3m^3n^4 - 15m^4n^9$

iii) $\frac{1}{3}x^2y(\frac{1}{2}xy^2z + 4x^{-2}yz) = \frac{1}{3}x^2y(\frac{1}{2}xy^2z) + (\frac{1}{3}x^2y)(4x^{-2}yz)$

باستعمال خاصية التوزيع والتجميع

$= (\frac{1}{3})(\frac{1}{2})(x^2 \cdot x)(y \cdot y^2 \cdot z) + (\frac{1}{3})(4)(x^2 \cdot x^{-2})(y \cdot y \cdot z)$ عند الضرب تجمع الاسس

$= \frac{1}{6}x^3y^3z + \frac{4}{3}zy^2$

iv) $\sqrt{5}(5z^2w^2 + \sqrt{5}zw + 2)$ باستعمال خاصية التوزيع والتجميع

$= \sqrt{5}(5)z^2w^2 + (\sqrt{5})\sqrt{5}zw + 2\sqrt{5}$ عند الضرب تجمع الاسس

$= 5\sqrt{5}z^2w^2 + 5zw + 2\sqrt{5}$

v) $\sqrt{2}x^3y(3\sqrt{2}x^{-2}y^{-1} - \sqrt{2}x^{-3}y^2)$ باستعمال خاصية التوزيع والتجميع

$= (\sqrt{2})(3\sqrt{2})x^3x^{-2} \cdot yy^{-1} - (\sqrt{2})(\sqrt{2})x^3x^{-3}yy^2$ عند الضرب تجمع الاسس

$= 6xy^0 - 2x^0y^3$

$= 6x - 2y^3$

مثال (5) ملعبٌ مستطيلُ الشكلِ طوله بالامتار$(4x^2)$ وعرضه بالامتار$(2x^3 - 4xy -3)$ ما مساحةُ الملعبِ؟

مساحة المستطيل = الطول × العرض

$A = 4x^2 \times (2x^3 - 4xy - 3)$

باستعمال خاصية التوزيع $= 4x^2(2x^3) - (4x^2)(4xy) - (4x^2)(3)$

$= 8x^5 - 16x^3y - 12x^2$

لذا مساحةُ الملعب $8x^5 - 16x^3y - 12x^2$ متراً مربعاً

تأكّد من فهمِكَ

جدْ ناتج الضربِ في كلٍّ مما يأتي:

الأسئلة (1 - 2) مشابه للمثال (2)

1. $(\frac{\sqrt{3}}{4} m^2n)(2m^3)$
2. $(20x^{-5}yz)(10xy)$

الأسئلة (3 - 6) مشابه للمثال (4)

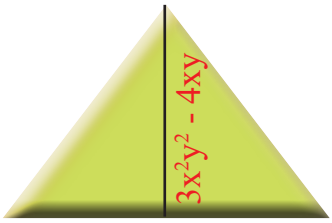
3. $(8r^3v^2)(|-5|r^2v + 6r^2v^2)$
4. $\sqrt{2}\, x^2y^2(\sqrt{2}\, xy^5 - y^5)$
5. $\sqrt{7}\, z^2w(z^{-1}wy + 2\sqrt{7}\, z^4w^2y)$
6. $\frac{1}{4}h^2k\,(\frac{\sqrt{16}}{4} h^{-2}kr + 6h^3k^{-1}r^2 + \sqrt{8}\,)$

تدربْ وحلّ التمرينات

جدْ ناتج الضربِ في كلٍّ مما ياتي :

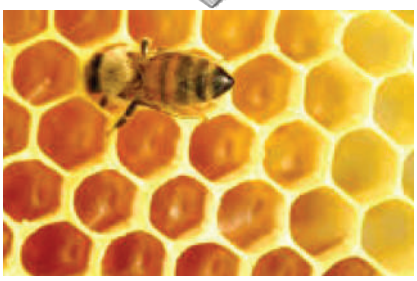
7. $(m^4n)(m^3n^{-4})$
8. $\sqrt{5}\, a^2b^2c^3(2\sqrt{5}\, a^4)$
9. $-7r^4vy^3(5rv^4y^2)$
10. $\sqrt[3]{-27}\, x^2y^2\,(\sqrt[3]{-8}\, xyz)$
11. $(y-2)(xy)$
12. $(|-3|z)wx^4z^{-3}$
13. $(8w-4)(7w^{-5})$
14. $-3xy^2z\,(5x^4y^2 + 4xy^2z - 6x^2y^2z^3)$
15. $\frac{1}{2}ab^2c\,(2a^{-1}b^{-2}c^{-1})$
16. $(5a^2b + 4a^3b - \frac{1}{2}abc^2)\,8a^{-2}b$
17. $hk\,(6h^2k^2 - 7h^2y + 2zy)$
18. $12x^6y^7\,(1 - \frac{1}{2} - x^3y)$
19. $\frac{-1}{3} r^2\,(r^2 - \sqrt{7}\, r^2vy)$
20. $4ab\,(a^2b - \sqrt[3]{64}\, abc)$
21. $x^{-4}(x - x^3y^5 + \sqrt{2}\, x^{-2})$
22. $5m^{-3}(2m + nz^4 + 4)$
23. $|-3|r^2v^2\,(|4|rv + 25)$
24. $\frac{1}{6}yz\,(36y^2z^2 + 6yz + 36)$
25. $\sqrt{9}\; gh(2g^4h^2 + 3gh + 5)$
26. $|-8|z^6w^5\,(|-2|z^{-6}w^{-5} + \frac{1}{4}z^{-4}w^{-5})$

تدربْ وحلّ مسائلَ حياتيةً



27 **هندسةٌ:** مثلثٌ طولُ قاعدته بالسنتمترات $(5xy^2)$ وارتفاعه بالسنتمترات $(3x^2y^2 - 4xy)$ ما مساحة المثلث؟

28 **تكنلوجيا:** اشترك احمد في خدمة الانترنت بسرعة $4x^5y^2$ في حين تزيد سرعة اشتراكِ محمدٍ بمقدارِ $5xy^{-2}$ عن سرعة اشتراك أحمد. فما سرعة اشتراك أنور التي تمثل حاصل ضرب سرعتي اشتراك أحمد ومحمد؟



29 **أحياءٌ:** اذا كان عدد نحلات مملكةِ النحلِ $10w^3z$ وتضاعفت بمقدارِ $5z^2$ فكم اصبح عددُ النحلِ؟

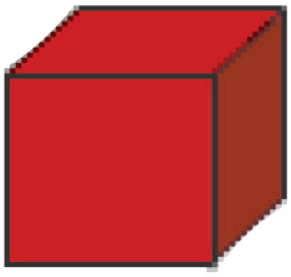
فَكِّر

30 **أصحِّحُ الخطأ:** كتب علي ناتج ضرب المقدار $(\sqrt{2}\ h^2k^2 - \sqrt{4}\ h^3k)$ على شكل $\sqrt{2}\ h^2k^2(\sqrt{2}\ h^2k^2 - \sqrt{4}\ h^3k)$ جد خطا علي وصححه .

$4h^3k^4 - 4h^5k^3$

31 **تحدٍّ:** ما الحدُّ الجبريُّ الذي نضربه في المقدار $\frac{5}{2}x^2y + 5x - 4$ فيكون الناتج

$10x^4y^4 + 20x^3y^3 - 16x^2y^3$



32 **تحدٍّ:** صندوق على شكل منشور رباعيٍّ مساحة قاعدته z^2 وحدة مربعة وارتفاعه $(5z^2 + 5)$ وحدة ما حجم المنشور؟

33 **احصائياتٌ:** اذا كان عدد سكان محافظة ديالى $(2x^{-3}y^3)$ نسمة في حين كان سكان محافظة بغداد $(20x^{-2}y^2)$ مرة من عدد سكان محافظة ديالى. فما عددُ سكانِ محافظة بغداد؟

أكتب

حاصلُ ضربِ حدٍّ جبريٍّ في مقدار جبريٍّ وجد ناتجَ الضربِ.

الدرسُ [3-3]

ضرب المقادير الجبريّة
Multiplying Algebraic Expressions

فكرةُ الدرسِ
- ضرب مقدارين كل مقدار من حدين.
- ضرب مقدارين الاول من حدين والثاني من ثلاثة حدود.

المفردات
- حدانية.
- ثلاثة حدود.
- ضربٌ عمودي.
- ضربٌ افقي.

تَعلّم

زرع فلاح ارضاً للخضروات على شكل مستطيلٍ طول الارض بالامتار $(\sqrt{5}\,x^2y+x)$ وعرضها بالامتار $(\sqrt{25}x^2y+4)$ ما مساحة الارض؟

[4-3-1] ضربُ مقدارين جبريّن كل منهما من حدين
Multiplying Two Algebraic Expression Each of Them With Two Terms

تعلمت سابقا ضرب حدٍّ جبريٍّ في مقدار جبريٍّ وسوف تتعلّم في هذا الدرس ضرب مقدار جبريٍّ في مقدار جبريٍّ كل منهما يتكون من حدين باستعمال خاصية التوزيع، هناك نوعان من الضرب الأفقي والعمودي.

مثال (1) مساحةُ المستطيلِ (الارض) = (الطول × العرض)

مساحة المستطيل (الخضراوات)

$A= (\sqrt{5}\,x^2y+x)(\sqrt{25}\,x^2y+4)$

باستعمال خاصية التوزيع

$= (\sqrt{5}\,x^2y \times \sqrt{25}\,x^2y) + \sqrt{5}\,x^2y(4) + x(\sqrt{25}\,x^2y) + (4)(x)$

باستعمال الضرب الافقي

$= (\sqrt{5}\,x^2y \times 5x^2y) + (4\sqrt{5}\,x^2y) + (5x^3y) + (4x)$

مساحةُ الارضِ بالامتارالمربعة

$= 5\sqrt{5}\,x^4y^2 + 4\sqrt{5}\,x^2y + 5x^3y + 4x$

مثال (2) جد ناتج الضرب (الافقي) في كلٍّ مما يأتي :

i) $(\frac{1}{2}x^2+y^2)(x^3+2y^2)$

باستعمال خاصية التوزيع

$= (\frac{1}{2}x^2 \cdot x^3 + \frac{1}{2}x^2 \cdot 2y^2) + (y^2 \cdot x^3 + y^2 \cdot 2y^2)$

باستعمال الضرب الافقي

$= \frac{1}{2}x^5 + x^2y^2 + x^3y^2 + 2y^4$

ii) $(|-2|ab + |-5|bc)(3 + ab)$

باستعمال خاصية التوزيع

$= (2\times3)ab + 2a^2b^2 + (5\times3)bc + 5ab^2c$

باستعمال الضرب الافقي

$= 6ab + 2a^2b^2 + 15bc + 5ab^2c$

مثال (3) جدْ ناتجَ الضربِ (العمودي) لكل ممايأتي:

i) $(3th^2 - 7)(5 + th^2)$

اضرب بالطريقة العمودية $(3th^2)$

$$\begin{array}{r} 5 + th^2 \\ \times\ 3th^2 - 7 \\ \hline 15th^2 + 3t^2h^4 \\ -35 - 7th^2 \\ \hline -35 + 8th^2 + 3t^2h^4 \end{array}$$

في المقدار الأخر

اضرب بالطريقة العمودية (-7)

في المقدار الأخر

اضع الحدود المتشابهة تحت بعض

اجمع الحدود

ii) $(\frac{2}{9}z^2w^3 + 1)(3wz + 4)$

اضرب بالطريقة العمودية $(\frac{2}{9}z^2w^3)$

$$\begin{array}{r} 3zw + 4 \\ \times\ \frac{2}{9}z^2w^3 + 1 \\ \hline \frac{2}{3}z^3w^4 + \frac{8}{9}z^2w^3 \\ 3zw + 4 \\ \hline \frac{2}{3}z^3w^4 + \frac{8}{9}z^2w^3 + 3zw + 4 \end{array}$$

في المقدار الأخر

اضرب بالطريقة العمودية (1)

في المقدار الأخر

اضع الحدود المتشابهة تحت بعض

اجمع الحدود

مثال (4) ملعبُ كرةِ طائرةٍ بعداه بالأمتار $(8y-6)$ ، $(8y+3)$

ما مساحة الملعب ؟ **مساحة الملعب = الطول × العرض**

باستعمال خاصية التوزيع $A = (8y+3) \times (8y-6)$

باستعمال الضـرب الافقي $= 64y^2 - 48y + 24y - 18$

مساحةُ الملعبِ بالامتار المربعة $= (64y^2 - 24y - 18)$

[3-3-2] ضرب مقدارين الاول من حدين والثاني من ثلاثة حدود

Multiplying Two an Algebraic Expression The First of Tow Terms and of Three Terms

تعلمت سابقا في البند الاول من هذا الدرس ضرب مقدار جبريٍّ في مقدار جبريٍّ باستعمال خاصية التوزيع بالضرب العمودي والافقي وسوف تتعلم ضرب مقدارٍ جبريٍّ يتكون من حدين مع مقدارٍ جبريٍّ يتكون من ثلاثة حدود باستعمالِ الضربِ الافقي والعمودي .

مثال (5) جدْ ناتجَ الضربِ (الافقي) في كل مما يأتي :

i) $(-2x^2 - 8)(x^3 + x - 2)$

باستعمال خاصية التوزيع

$= -2x^2(x^3+x-2) - 8(x^3+x-2)$

باستعمال الضرب الافقي

$= -2x^5 - 2x^3 + 4x^2 - 8x^3 - 8x + 16$

$= -2x^5 - 10x^3 + 4x^2 - 8x + 16$

ii) $(\sqrt{7}\,y^2 - 5z)(\sqrt{7}\,y^2 + 3z - \sqrt{7}\,w)$

باستعمال خاصية التوزيع

باستعمال الضرب الافقي

$= (\sqrt{7}\,y^2)(\sqrt{7}\,y^2 + 3z - \sqrt{7}\,w) - (5z)(\sqrt{7}\,y^2 + 3z - \sqrt{7}\,w)$

$= 7y^4 + 3\sqrt{7}\,zy^2 - 7wy^2 - 5\sqrt{7}\,zy^2 - 15z^2 + 5\sqrt{7}\,zw$

$= 7y^4 - 2\sqrt{7}\,zy^2 - 7wy^2 - 15z^2 + 5\sqrt{7}\,zw$

مثال (6) جدْ ناتجَ الضربِ (العمودي) لكل مما يأتي:

ii) $(x + y)(x - xy + y^2)$

$x - xy + y^2$

$\times\ x + y$

اضربُ (x) في المقدار الأخر: $x^2 - x^2y + xy^2$

اضربُ (y) في المقدار الأخر: $xy - xy^2 + y^3$

اجمعُ الحدود: $x^2 + xy - x^2y + y^3$

i) $(z + 7)(z^2 - 2z + 3)$

$z^2 - 2z + 3$

$\times\ z + 7$

اضربُ (z) في المقدار الأخر: $z^3 - 2z^2 + 3z$

اضربُ (7) في المقدار الأخر: $+7z^2 - 14z + 21$

اجمعُ الحدود: $z^3 + 5z^2 - 11z + 21$

تأكّد من فهمكَ

جدْ ناتجَ الضربِ افقياً لكل مما يأتي:

الأسئلة (1-4) مشابهة للمثال (2)

1. $(3x-2)(4x+1)$
2. $(\sqrt{5}\,x-5)(\frac{\sqrt{25}}{5}x - 6)$
3. $(2a^2b-\frac{5}{8})(\frac{3}{5}\,ab^3-\frac{1}{6}b)$
4. $(-4m^3n^2 - 6mn^3)(6mn - 3m)$

جدْ ناتجَ الضربِ عمودياً لكل مما يأتي:

الأسئلة (5-8) مشابهة للمثال (6)

5. $(2x-5)(-4x^3+5y-7)$
6. $(2x^2y-3)(xy^2 - 3z - 15w)$
7. $(4a-4y)(y^2+5z-6)$
8. $(x^2-2x)(5x^2+3x-4)$

تدربْ وحلّ التمرينات

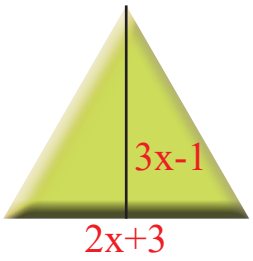
جدْ ناتجَ الضربِ افقياً لكل مما يأتي:

9. $(x^2y-5z)(y+4)$
10. $(\frac{1}{2}w^2+4)(\frac{16}{\sqrt{4}}z^2+4)$
11. $(3m-5)(|10|m^2-3n)$
12. $(x+2y)(2x+1)$
13. $(ab+3c)(2a+c)$
14. $(\sqrt{5}\,m-3x)(m-2x)$
15. $(\sqrt{7}\,y-z)(\sqrt{7}\,yw+z)$
16. $(6m+5)(2x^2-3x-5)$
17. $(h^2k+1)(rv+5)$

جدْ ناتجَ الضربِ عمودياً لكل مما يأتي:

18. $(3xy-3)(4y+3z)$
19. $(\frac{1}{2}m^2+2m)(4m^2-8m+5)$
20. $(\sqrt{2}\,x^2+3y-1)(\sqrt{2}\,x^2-5y)$
21. $(3x-5)(6x^2+12x-8)$
22. $(|-24|+6y)(|-2|zw+2y)$
23. $(\sqrt{6}\,x^2-3y)(4y^2+10y+2)$

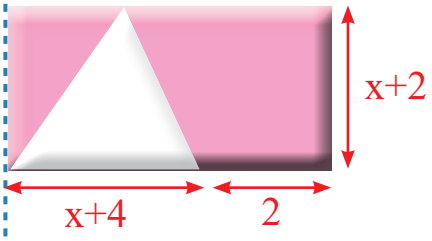
تدربْ وحلّ مسائلَ حياتيةً



24 **هندسة:** ما مساحةُ مثلثٍ اذا كان طولُ قاعدتهِ $(2x+3)$ وارتفاعه $(3x-1)$ بالامتار؟

25 **هندسة:** يحيطُ ممرٌعرضهُ X بحديقة مستطيلة الشكل طولها 8 أمتار وعرضها 6 أمتار، ما المساحة الكلية للحديقة والممر؟

26 **قوالبٌ:** قالب للكيك مصنوع من الالمنيوم قاعدته مستطيلة الشكل ما مساحة قاعدته اذا علمت أن بعديه بالسنتمترات كما في الشكل المجاور؟



27 جد مساحة المنطقة المظللة في الشكل المجاور؟

فكّر

28 **تحدٍّ:** جدْ ناتجَ ما يأتي:

i) $(y^m + y^n)(y^{m-1} - y^{n-1} + y^n)$

ii) $(3 - z)(3^2 + 3z + z^2)$

iii) $(\frac{1}{2}t - \frac{1}{3})^3$

iv) $(x+ y)(x - y)$

29 **أصحّح الخطأ:** كتبت سعاد ناتج المقدار $(2x+6)^2$ بالشكل الآتي: $4x^2 +12x - 36$

اكتشف خطأ سعاد وصححه.

30 **مسألةٌ مفتوحة:** اكتب مقداراً يحتوي على حدين ومقداراً يحتوي على ثلاثةِ حدود ثم جدْ ناتجَ ضربهما .

أكتب

مقدارين كل منهما من حدين ثم جدْ ناتجَ الضربِ بالطريقةِ العموديةِ والافقيةِ .

الدرسُ [3-4]

قسمةُ مقدارٍ جبريٍّ على حدٍّ جبريٍّ

Dividing an Algebraic Expression by Algebraic Trems

فكرةُ الدرسِ
- قسمة حدٍّ جبريٍّ على حدٍّ جبريٍّ.
- قسمة مقدار جبريٍّ على حدٍّ جبريٍّ .

المفردات
- قسمة .
- حدٍّ جبريٍّ .

تَعَلَّم

في العاب الاسهم ينطلق السهم افقياً بحسب القانون $x=\frac{5h^2n}{h}$ إذ إن x يمثل سرعة السهم ويرمز h الى ارتفاع السهم بالامتار ويرمز n الى الزمن بالثواني جد سرعة السهم اذا كانت قيمة $h=5, n=2$.

[3-4-1] قسمة حدٍّ جبريٍّ على حدٍّ جبريٍّ

Dividing an Algebraic Term to an Algebraic Term

تعلمت سابقا قسمة الاسس اي ان $\frac{a^n}{a^m}=a^{n-m}$ إذ أن a عددٌ حقيقيٌ وان لا يكون المقام يساوي صفراً. اما في هذا الدرس سوف تدرس قسمة المقادير الجبريّة اي حدٍّ جبريٍّ على حدٍّ جبريٍّ اي اقسم معامل الحدِّ الاول على معامل الحدِّ الثاني ثم اطرح الاسين في كل قوتين لهما الأساس نفسه .

مثال (1) لحسابِ سرعةِ انطلاقِ السهمِ $x=\frac{5h^2n}{h}$

$x=\frac{5h^2n}{h}$

اقسم الحد على h

$x=5h^2h^{-1}n=5hn$

نعوض قيمة h , n

$x=5(5)(2)$

$x=50$ m/s

لذا سرعة السهم عند اطلاقه 50 مترا في الثانية.

مثال (2) جد ناتج القسمة لكل مما يأتي إذ أن المقام لا يساوي صفراً:

i) $\frac{8x^7y^4}{6x^5y^3}=\frac{4}{3}x^{7-5}y^{4-3}=\frac{4}{3}x^2y$

اقسم المعامل على المعامل ثم اطرح الاسين

ii) $\frac{-5h^6k}{25h^2}=\frac{-1}{5}h^{6-2}k=\frac{-1}{5}h^4k$

iii) $\frac{\sqrt{16}\,r^2v^2}{4rv}=\frac{4}{4}r^{2-1}v^{2-1}=rv$

iv) $\frac{\frac{1}{3}zw}{3z^3}=\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}z^{-2}w=\frac{1}{9}z^{-2}w=\frac{w}{9z^2}$

v) $\frac{12a^5b^2}{4a^4b^2}=\frac{12}{4}ab^{2-2}=3a$

vi) $\frac{-32m^5n^2}{-8m^3n}=\frac{-32}{-8}m^{5-3}n^{2-1}=4m^2n$

vii) $\frac{|-30|x^5y^8z^5}{10x^5y^6}=\frac{30}{10}x^{5-5}y^{8-6}z^5=$

$3x^0y^2z^5=3y^2z^5$

[3-4-2] قسمةُ مقدارٍ جبريٍّ على حدٍّ جبريٍّ

Dividing an Algebraic Expression by an Algebraic Term

تعلمت في البند السابق قسمة حدٍّ جبريٍّ على حدٍّ جبريٍّ وسوف تتعلم في هذا البند قسمة مقدار جبريٍّ على حدٍّ جبريٍّ إذ إن المقام لايساوي صفرا اي طريقة تجزئة الكسور.

مثال (3) **جدْ ناتجَ قسمةِ المقدار الجبريِّ باستعمال تجزئة الكسور إذ ان المقام لا يساوي صفراً لكل مما يأتي:**

i) $\frac{12x^3+24x^2}{6x} = \frac{12x^3}{6x} + \frac{24x^2}{6x}$

$= 2x^{3-1}+4x^{2-1} = 2x^2+4x$

ii) $\frac{x^6y^2 - x^3y^5 - 3x^2y^7}{x^2y} = \frac{x^6y^2}{x^2y} - \frac{x^3y^5}{x^2y} - \frac{3x^2y^7}{x^2y} = x^{6-2}y^{2-1} - x^{3-2}y^{5-1} - 3x^{2-2}y^{7-1}$

$= x^4y - xy^4 - 3x^0y^6 = x^4y - xy^4 - 3y^6$

iii) $\frac{12z^5w^2+9z^4w^5+15z^2w^7}{3z^2w} = \frac{12z^5w^2}{3z^2w} + \frac{9z^4w^5}{3z^2w} + \frac{15z^2w^7}{3z^2w}$

$= 4z^{5-2}w^{2-1}+3z^{4-2}w^{5-1}+5z^{2-2}w^{7-1} = 4z^3w + 3z^2w^4 + 5w^6$

iv) $\frac{5a^9b^6 - 25a^3b^4}{5a^5b^4} = \frac{5a^9b^6}{5a^5b^4} - \frac{25a^3b^4}{5a^5b^4} = a^{9-5}b^{6-4} - 5a^{3-5}b^{4-4}$

$= a^4b^2 - 5a^{-2}b^0 = a^4b^2 - \frac{5}{a^2}$

v) $\frac{\sqrt{15}x^7 - \sqrt{20}x^4}{\sqrt{10}x^3} = \frac{\sqrt{15}x^7}{\sqrt{10}x^3} - \frac{\sqrt{20}x^4}{\sqrt{10}x^3} = \frac{\sqrt{5}\times\sqrt{3}}{\sqrt{5}\times\sqrt{2}}\, x^{7-3} - \frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times\sqrt{2}}\, x^{4-3} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}\, x^4 - \sqrt{2}\, x$

vi) $\frac{64r^4v^2 - 16r^2v^2 - 32}{8rv} = \frac{64r^4v^2}{8rv} - \frac{16r^2v^2}{8rv} - \frac{32}{8rv} = 8r^3v - 2rv - \frac{4}{rv}$

vii) $\frac{\sqrt{49}x^2y^2 + \sqrt[3]{8}\, x^5y^6 - 7xy}{14xy} = \frac{\sqrt{49}x^2y^2}{14xy} + \frac{\sqrt[3]{8}\, x^5y^6}{14xy} - \frac{7xy}{14xy}$

$= \frac{7x^2y^2}{14xy} + \frac{2x^5y^6}{14xy} - \frac{7xy}{14xy} = \frac{1}{2}xy + \frac{1}{7}x^4y^5 - \frac{1}{2}$

مثال (4) **في الشكل المجاور اذا كانت قاعدة المثلث $2xy$ ومساحته x^2-xy+y^2 جدْ ارتفاعهِ بالامتار؟**

$2xy$

$$\text{ارتفاع المثلث} = \frac{2 \text{ مساحة المثلث}}{\text{القاعدة}}$$

$$= \frac{2x^2 - 2xy + 2y^2}{2xy}$$

$$= \frac{2x^2}{2xy} - \frac{2xy}{2xy} + \frac{2y^2}{2xy} = \frac{x}{y} - 1 + \frac{y}{x}$$

تأكدَّ من فهمكَ

جدْ ناتجَ القسمةِ لكل مما يأتي إذ إن المقام لا يساوي صفراً :

الأسئلة (1-6) مشابهة الى المثال (2)

1. $\frac{15m^7n^6}{24m^6n^3}$
2. $\frac{-24x^3y^3}{36x^2y^4}$
3. $\frac{8z^5}{-12z^2}$
4. $\frac{56h^{12}k^{10}}{-21h^8k^5}$
5. $\frac{-18r^2v^6}{-15r^2v^2}$
6. $\frac{72x^5y^6}{24x^3y^4}$

الأسئلة (7 -12) مشابهة الى المثال (3)

7. $\frac{-84x^6y^5 + 12x^5y^5}{4x^5y^5}$
8. $\frac{36m^7 - 25m^6 + 18m^5}{6m^7}$
9. $\frac{\sqrt{5}\,h^6 - \sqrt{2}\,gh^2}{10h^3}$
10. $\frac{\sqrt{18}z^4w^6y^5 - 15z^5w^4y^6}{3x^5y^5}$
11. $\frac{-2m^5n^6 + m^7n^4}{4m^4n^5}$
12. $\frac{\sqrt[3]{-8}\,v^7 - 20v^4}{4v^3}$

تدربْ وحلّ التمرينات

جدْ ناتجَ القسمةِ لكل مما يأتي إذ إن المقام لا يساوي صفراً :

13. $\frac{12b^5}{4b^2}$
14. $\frac{-32m^5n^2}{-8m^3n^4}$
15. $\frac{81x^7y^8z^6}{27x^7y^7z^3}$
16. $\frac{36m^5n^5}{3m^6n^3}$
17. $\frac{49r^2v^2}{7rv}$
18. $\frac{\sqrt{36}\,h^3k^5}{6hk}$
19. $\frac{-r^4v^3 - 4r^6v^5}{3r^3v^5}$
20. $\frac{6w^5z^2 + 9w^2z^2}{3w^5z^3}$
21. $\frac{13a^9b^6c^5 - 52a^7b^4c^6}{13a^5b^3c^2}$
22. $\frac{8x^5}{12x^{-4}}$
23. $\frac{\sqrt{36}m^6 + \sqrt[3]{27}\,m^3 + 8m^2}{4m^{-2}}$
24. $\frac{72n^7 - 63n^6 - 54n^5}{9n^5}$
25. $\frac{48z^4 + 16z^3 + 8z^2}{4z^2}$
26. $\frac{12m^5n^4 + 9m^4n^2 + 12m^2n^2}{3m^2n^2}$

تدربْ وحلّ مسائلَ حياتيةً

27 **هندسة:** علبةٌ معدنيـةٌ على شـكل اسـطوانة اذا كان لديـك القانون $h=\frac{m-2\pi r^2}{2\pi r}$ وأن **m** هي المسـاحة الكلية للعلبـةِ المعدنيـةِ، **r** نصف قطرِ قاعدتِها، **h** ارتفاعها، فاذا كان $r=5cm$ ، $m=280cm^2$، جد قيمة **h**.

28 **هندسة:** اذا كان $Z=\frac{n^2-m^2}{n}$ جد قيمة المقدار Z اذا علمت ان $m=4$ ، $n=5$.

29 اثبت أن المقدارَ الجبريِّ لا يحتوي على متغير $\frac{25v^2-15r+5}{5}-\frac{25r^2v^4-15r^3v^2-5r^2v^2}{5r^2v^2}$.

30 **ألعاب نارية:** انطلق سهمٌ ناريٌ عمودياً نحو الاعلى وفقاً للقـانون $v=\frac{h+5t^2}{t}$ إذ v يمثل سرعة السهم عند الانطلاق (m/sec) ويرمز h الى الارتفاع الذي بلغه السهم (m) ويرمز t الى الزمنِ (sec) جد سرعة انطلاق السهم اذا علمت أنه بلغ ارتفاع 275m خلال 5 ثواني.

فكّـر

31 **تحدٍّ:** ضع المقدار الجبري في أبسط صورةٍ:

$$\frac{-8z^4-10z^3+z^2}{2z^2}+\frac{4z^3+5z^2+6z}{z}$$

32 **أُصحّح الخطأ:** قسم احمد المقدار الجبريّ $\frac{20x^3y^2+12x^2y^2+28xy}{4xy}$ فكان الناتج القسمة هو $5x^2y+3x^2y^2-7x$ ، بين خطأ أحمد وصححه.

أُكتب

مثالاً واحداً على قسمةِ مقدارٍ جبريٍّ من ثلاثة حدود على حدٍّ جبريٍّ وجد الناتج.

الدرسُ [3-5] تحليل المقادير الجبريّة

Factoring an Algebraic Expressions

فكرةُ الدرسِ
- تحليل المقدار باستعمال العامل المشترك.
- تحليل المقدار باستعمال الفرقُ بين مربعين .
- تحليل المقدار باستعمال الفرقُ بين مقدارين مربعين.

المفردات
- العاملُ المشتركُ.
- الفرقُ بين مربعين.
- الفرقُ بين مقدارين مربعين.

تَعَلَّم

يقعُ الهرمُ الاكبرُ (هرم خوفو) في مصر إذ ان الهرم رباعي منتظم المساحة الكلية له $m=x^2+2xy$ إذ ان x تمثل طول قاعدة الهرم y يمثل الارتفاع احد الاوجه، كيف اجد العامل المشترك الاكبر للمقدار الذي يمثلُ المساحةَ الكليةَ للهرم؟

[3-5-1] تحليلُ مقدارِ جبريٍّ باستعمال العامل المشترك (ع . م . أ)

Factoring an Algebraic Expression by using a Common Factor (G.C.F)

تعلمتَ سابقا ضرب حدٍّ جبريٍّ في مقدار جبريٍّ وضرب مقدار جبريٍّ في مقدار جبريٍّ وفي هذا الدرس سوف تتعلمُ التحليل بأستخراج العامل المشترك الاكبر ويرمز له (ع . م . أ) وهو عكس عملية الضرب والعامل المشترك الاكبر يتضمن المعامل العددي والمتغيرات المشتركة بأصغر أس.

مثال (1) **جد العامل المشترك الاكبر (ع . م . أ) الذي يمثل المساحة:** x^2+2xy

اجد العامل المشترك الاكبر للمقدار وهو x

$$\frac{x^2}{x}+\frac{2xy}{x}$$

نقسم كل حدٍّ جبريٍّ على العامل المشترك

$$x+2y$$

فيكون التحليل

$$x^2+2xy=x(x+2y)$$

التحقق من صِحةِ الحل هو ضرب الناتج مع العامل المشترك الاكبر

$$x(x+2y)=x^2+2xy$$

مثال (2) **حَلِّ المقدار الجبريّ باستعمال العامل المشترك الاكبر (ع . م . أ) وتحقق من صحَّة الحلّ:**

i) $25c^2d^2+45d-5cd^3$ (ع . م . أ) $= 5d$

$$=5d\left(\frac{25c^2d^2}{5d}+\frac{45d}{5d}-\frac{5cd^3}{5d}\right)$$

$$=5d\,(5c^2d+9-cd^2)$$

التحقق

$$5d(5c^2d+9-cd^2)$$

$$=25c^2d^2+45d-5cd^3$$

ii) $28h^2k-8k+12$ (ع . م . أ) $= 4$

$$=4\left(\frac{28h^2k}{4}-\frac{8k}{4}+\frac{12}{4}\right)$$

$$=4\,(7h^2k-2k+3)$$

التحقق

$$4(7h^2k-2k+3)=28h^2k-8k+12$$

iii) $\frac{1}{4}z^2w^2+\frac{5}{16}zw+\frac{3}{8}zw^3$ (ع . م . أ) $= \frac{1}{4}zw$

$$=\frac{1}{4}zw\left(\frac{\frac{1}{4}z^2w^2}{\frac{1}{4}zw}+\frac{\frac{5}{16}zw}{\frac{1}{4}zw}+\frac{\frac{3}{8}zw^3}{\frac{1}{4}zw}\right)$$

$$=\frac{1}{4}\,zw\,(zw+\frac{5}{4}+\frac{3}{2}w^2)$$

التحقق

$$\frac{1}{4}zw(zw+\frac{5}{4}+\frac{3}{2}w^2)$$

$$=\frac{1}{4}z^2w^2+\frac{5}{16}zw+\frac{3}{8}zw^3$$

[3-5-2] تحليلُ مقدارجبريٍّ باستعمالِ الفرقِ بين مربعين
Factoring an Algebraic Expressions Using Difference of Two Sequares

تعلمتَ سابقا تحليل المقدار الجبريِّ باستعمال العامل المشترك الاكبر وسوف تتعلمُ في هذا البندِ التحليلَ باستعمال الفرق بين المربعين أو الطريقتين معا حيث

i) $a^2- b^2 = (a+b)(a-b)$

ii) $ka^2- kb^2 = k(a^2- b^2) = k\,(a+b)(a-b)$

مثال (3) حَلِّلْ كل مقدار باستعمال الفرق بين مربعين

i) x^2-y^2
$= (x+ y)(x-y)$

ii) $z^2-36 = (z)^2- (6)^2$
$=(z-6)(z+6)$

iii) $4h^2 - 81w^2= (2h)^2- (9w)^2$
$=(2h-9w)(2h+9w)$

iv) $y^2-7 = (y)^2- (\sqrt{7})^2$
$= (y-\sqrt{7})(y+\sqrt{7})$

vi) $25h^4-5a^2$ $5 = (ع\,.\,م\,.\,أ)$
$= 5(5h^4-a^2) = 5(\sqrt{5}\,h^2-a)(\sqrt{5}\,h^2+a)$

v) $225m^2n^2- 625a^2b^2$ $25 = (ع\,.\,م\,.\,أ)$
$=25(9m^2n^2-25a^2b^2)=25\,(3mn-5ab)\,(3mn+5ab)$

vii) $144z^2w^2-2 = 2(72z^2w^2-1)$
$= 2\,(\sqrt{72}\ zw-1)\,(\sqrt{72}\ zw-1)$

[3-5-3] تحليلُ مقدارٍ جبريٍّ باستعمال فرق بين مقدارين مربعين
Factoring an Algebraic Expressions Using Difference of Two Sequares Expressions

سبق ان تعلمت التحليل باستعمال الفرق بين مربعين ولتحليل المقادير الاكثر تعقيدا يمكن استعمال تحليل الفرق بين مقدارين مربعين لتسهيل بعض العمليات.

مثال (4) حَلِّلْ المقدار باستعمال الفرق بين مقدارين مربعين

i) $(x+y)^2 - (x+z)^2$

$= [(x+y)+(x+z)]\,[(x+y)-(x+z)]$ استعمال قاعدة الفرق بين المربعين

$= (x+y+x+z)\,(x+y-x-z)$ رفع الاقواس

$= (2x+y+z)\,(y-z)$ بسط المقدار

ii) $(2m+3)^2 - (3m-4)^2$

$= [(2m+3)+(3m-4)][(2m+3)-(3m-4)]$ استعمال قاعدة الفرق بين المربعين

$= (2m+3+3m-4)(2m+3-3m+4)$ رفع الاقواس

$= (5m-1)(-m+7)$ بسط المقدار

iii) $(3w+5)^2 - (w+4)^2$

$= [(3w+5)+(w+4)][(3w+5)-(w+4)]$ استعمال قاعدة الفرق بين المربعين

$= (3w+5+w+4)(3w+5-w-4)$ رفع الاقواس

$= (4w+9)(2w+1)$ بسط المقدار

تأكَّدْ من فهمِكَ

حَلِّلِ المقدار باستعمال العامل المشترك الاكبر (ع . م . أ):

الأسئلة (1-6) مشابه للمثال (2)

1 $12x+9$ 2 $36y-18$ 3 $15m+21$

4 $28z^2-7z+7$ 5 $16n^2m+12m-4$ 6 $\sqrt{3}\,h^2-3h$

حَلِّلِ المقدار باستعمال الفرق بين مربعين:

الأسئلة (7-14) مشابه للمثال (3)

7 h^2-16 8 $4y^2-9$ 9 $169x^2-11$ 10 $81a^2-b^2$

11 $49-y^2$ 12 $25h^2-9k^2$ 13 $36-25r^2$ 14 $14z^2-2$

حَلِّلِ المقدار باستعمال الفرق بين مقدارين مربعين:

الأسئلة (15-18) مشابهة للمثال (4)

15 $(3m+1)^2-(n+6)^2$ 16 $(2x+y)^2-(4x+3y)^2$

17 $(x-2)^2-(x+5)^2$ 18 $(3-z)^2-(6-z)^2$

تدربْ وحلّ التمرينات

حَلِّلِ المقدار باستعمال العامل المشترك الأكبر (ع . م . أ) ومن ثم تحقق من صِحةِ الحل:

19 $2x^5-6x^2+10x^3$ 20 $-24y^6+8y^5-4y^4$

21 $64h^2k^2-16hk$ 22 $15m^4n^4+6mn^3+3m^2n^2$

23 $72x^3+18x^2+9$ 24 $36m^2n^2+4mn+8$

حَلِّلِ المقدار باستعمال الفرق بين مربعين:

25 $4x^2-16$ 26 $81-25n^2$

27 $36h^4-4$ 28 $169a^2-3$

29 $625b^2-2$ 30 k^2-5

حَلِّلِ المقدار باستعمال العامل المشترك الأكبر (ع . م . أ) ومن ثم الفرق بين المربعين

31 $5y^2-20$ 32 $12x^2-27$

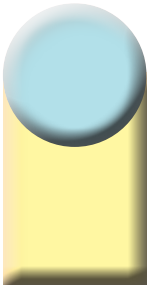
33 $14w^2-2$ 34 $18k^2-32$

حَلِّلِ المقدار باستعمال الفرق بين مقدارين مربعين

35 $(3x+5)^2-(x+4)^2$ 36 $(5y-3)^2-(32-y)^2$

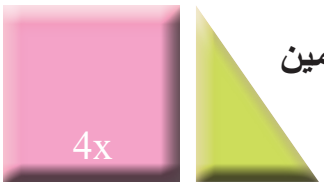
37 $(4m+n)^2-(5m+2n)^2$ 38 $(6z+1)^2-(w+5)^2$

تدربْ وحلّ مسائلَ حياتيةً



39 اذا كانت المساحةُ الكليةُ للشكل المجاور تعطى بالقانون $x= r^2+ \frac{1}{8}\pi r^2$

حَلِّلِ المقدار x باستعمال العامل المشترك الأكبر (ع . م . أ) وجدْ قيمة x عندما r=4.



40 إذا كان لدينا مربعٌ طولُ ضلعهِ 4x ومثلث قائم الزاوية طول الضلعين القائمين

4x ، x+4 جد مساحة المربع والمثلث معاً ثم حَلِّلِ المقدار.

41 علبة على شكل اسطوانة المساحة الكلية لها $2\pi h + 2r^2\pi$ بَسِّطِ المقدارَ

باستعمال العامل المشترك الاكبر (ع . م . أ) ثم جد المساحة عندما h =7، r =3 .

فكِّر

42 **تحدٍّ**: إذا كان المقدار $y = 5x^3- 15x^2 + 6$, $z = 5x^4- 10x^3 -6$ جد ناتج جمع المقدارين ثم

حَلِّلِ الناتج باستعمال العامل المشترك الاكبر وهل يمكن تحليل كل من مقدار z ، y.

43 مربعٌ طول ضلعه y cm ومستطيلٌ يزيدُ طوله 3 cm على طولِ ضلعِ المربعِ وينقصُ عرضهُ

3 cm عن طول ضلع المربع ما مساحةُ المستطيل؟ وهل المساحة تمثل الفرق بين مربعين؟

44 **أين الخطأ**: حَلَّلَ حسام وقاسم المقدار $36m^4 -100n^2$ باستعمال الفرق بين مربعين وكتبا الناتج

كما يأتي:

حلّ حسام	حلّ قاسم
$36m^4-100n^2$	$36m^4-100n^2$
$(6m^2-10n)(6m^2-10n)$	$(6m^2+10n)(6m^2-10n)$

بين أيهما كتب الناتج صحيح.

أكتب

طريقتين مختلفتين لتحليل المقدار الجبريِّ الاتي:

$(4x^2 - 4y^2)$

اختبار الفصل

Chapter Test

جدْ ناتجَ جمعِ او طرحِ المقاديرِ الجبريّةِ الاتية :

1 $(\sqrt[3]{8}\,x^2y^2+4xy-2)+(\sqrt[3]{27}\,x^2y^2-6xy+3)$

2 $(\sqrt{9}\,r^3v^2+12gh-6)+(\sqrt{100}\,r^3v^2-2gh+1)$

3 $(\frac{1}{4}m^4n^4+7hk+8)+(\frac{1}{16}m^4n^4+9hk-12)$

4 $(\sqrt{5}\,h^2k^3-20x+2)+(5\sqrt{5}\,h^2k^3+5x-3)$

5 $(\sqrt[3]{125}\,a^2b^2+4b+3)-(15a^2b^2+3b-6)$

6 $(\frac{3}{12}r^6v^3-24h-6)-(\frac{3}{12}r^6v^3-8h+1)$

جدْ ناتجَ الضربِ للحدود الجبريّة الاتية :

7 $(6x^2y)(12xy)$

8 $(\frac{1}{4}gh)(32gh)$

9 $(\sqrt{25}\,a^4b^2)(5a^2b^2)$

10 $(\sqrt[3]{1000})h^4k^3(10)hk$

11 $\sqrt{7}\,rv(\sqrt{7}\,r^2v^2+rv+2)$

12 $\frac{1}{9}wz(81w^{-3}z^{-3}+zw+3)$

13 $-10z^2w^2(\sqrt{100}\,zw+10)$

جدْ ناتجَ ضربِ المقدارين الجبريّين لكل مما يأتي:

14 $(2x+y)(x+y)$

15 $(zw+4)(zw+5)$

16 $(\frac{3}{5}gh-3)(\frac{1}{5}gh-5$

17 $(3x+4)(x^2+3x+1\ )$

18 $(9r-1)(2r^4-3r+1\ )$

19 $(4m^2n^2-n)(4m^{-2}n^{-2}-n+2)$

جدْ ناتجَ ضربِ المقدارين الجبريّين باستعمال الطريقة العمودية لكل مما يأتي:

20 $(\frac{4}{16}a^2b^2+\frac{25}{5})(a^2b^2-\frac{1}{2})$

21 $(5y^2-y\ )(-3y^2+y+2)$

22 $(8z^{-2}w^{-2}+4)(2zw+2)$

جدْ ناتجَ القسمةِ للمقادير الجبريّة الآتية:

23 $\frac{-35x^4}{5x^{-2}}$

24 $\frac{12y^3}{36y^2}$

25 $\frac{\sqrt{100}\,r^6}{\sqrt{25}\,r^{-8}}$

26 $\frac{30v^4}{6v^{-8}}$

27 $\frac{-35h^2}{5h^{-7}}$

28 $\frac{56m^2n^4-7m^2n^2+42}{7mn}$

29 $\frac{-25zw^2+10zw-5}{5zw}$

30 $\frac{81-27ab-3a}{9b}$

حَلِّ المقادير الجبريّة باستعمالِ العاملِ المشتركِ الأكبر :

31 $14y^2+2y-24$

32 $4z^4w^2-16z^2w^2+48zw$

33 $100c^3d^3+50c^2d^2+25cd$

حَلِّ المقادير الجبريّة باستعمالِ الفرقِ بين مربعين :

34 $4z^2-16$

35 $144x^4-64$

36 $25r^2-3$

37 $81g^2h^2-36$

حَلِّ المقادير باستعمالِ العاملِ المشتركِ الأكبر ثم الفرق بين مربعين:

38 $18v^2-32$

39 $50z^2-2$

40 $400x-4xy^2$

41 $81w-169w^3$

الفصلُ 4

المعادلاتُ والمتباينـاتُ
Inequalities and Equations

الدرس [4-1] حَلُّ معادلاتٍ من الدرجةِ الاولى بمتغيرٍ واحدٍ بخطوتين في R .

الدرس [4-2] حَلُّ معادلاتٍ من الدرجةِ الاولى بمتغيرٍ واحد بعدة خطوات في R .

الدرس [4-3] حَلُّ معادلاتٍ من الدرجة الثانية بمتغيرٍ واحدٍ في R .

الدرس [4-4] حَلُّ المتباينـاتِ الجبريةِ ذات خطوتين في R .

الدرس [4-5] حَلُّ المتباينات الجبرية متعددة الخطوات في R .

في حديقةِ الحيوانِ بحيرتين لتربية التماسيح، عددُ التماسيح في البحيرةِ الأولىِ ضعفُ عددِ التماسيح في البحيرة الثانية ومجموعُ التماسيح في البحيرتين 60 تمساحاً، باستعمالِ المعادلة $2x + x = 60$ يمكن حساب عددِ التماسيح في كل بحيرة، إذ يمثل المتغير x عدد التماسيح في البحيرةِ الثانية.

جدْ قيمةَ العبارةِ الجبريةِ في كل مّما يأتي باستعمال قيمةِ المتغيرِ المعطاة :

1 $7x - 3^2 + 7 , \ x = 4$

2 $3 (y - 2) - 10, \ y = -5$

3 $2^3 (n - 6) - 15, n = -16$

4 $(36 \div d) - 4^2(1 - d), d = 6$

5 $|-8| + y^3 - 24 , \ y = 3$

6 $3v \div 5 - |-12| \div 2, v = -5$

حلّ معادلاتِ الجمعِ و الطرحِ باستعمال الحسابِ الذهني :

7 $x + 21 = 21$

8 $y - 9 = 11$

9 $80 - z = 20$

10 $|-10| + x = 33$

11 $m - \sqrt{16} = 0$

12 $\sqrt{49} - n = 0$

حلّ معادلاتِ الجمعِ و الطرحِ باستعمال العلاقة بين الجمعِ والطرحِ :

13 $w + 132 = 61$

14 $m - 22 = -32$

15 $y + 14 = |-10|$

16 $63 - x = |-43|$

17 $\sqrt{64} - h = 8$

18 $d + \sqrt[3]{27} = 8$

حلّ معادلاتِ الضرب والقسمة باستعمال العلاقة بين الضربِ والقسمةِ :

19 $3k = 15$

20 $S \div 8 = -9$

21 $\sqrt{4}\, n = -24$

22 $|-7| \ m = 63$

23 $-88 \div y = |-11|$

24 $x \div \sqrt[3]{8} = 20$

حلّ المعادلات التالية في Q:

25 $7y - 4 = 51$

26 $\sqrt{16} - 2x = 21$

27 $3x \div 9 = 5 + \frac{1}{2}$

28 $\sqrt[3]{27} \div m = 5^2 - 1$

29 $|-18| \ h = 72 \div (-9)$

30 $z \div |-11| = 3^3 \div 22$

أكتب مثالاً واحداً لكلّ خاصية من الخواصّ الآتية :

31 لكل $a, b, c \in Q$ إذا كان $a \le b$ فإن $a + c \le b + c$

32 لكل $a, b, c \in Q$ إذا كان $a > b$ وأن $c < 0$ فإن $a\,c < b\,c$

33 لكل $a, b, c \in Q$ إذا كان $a \ge b$ وأن $c > 0$ فإن $\frac{a}{c} \ge \frac{b}{c}$

استعملْ خصائصَ المتباينات لحلّ كلّ متباينةٍ من المتباينات الآتية :

34 $y - 10 < 12$

35 $x + 5^2 \ge 18$

36 $-9 + m \le 0$

37 $\sqrt[3]{8} + h \le 26$

38 $\frac{x}{11} > \frac{1}{3}$

39 $-7\, y \le 19$

40 $\frac{y}{7} < -10$

41 $4x + 10 < -48$

42 $-3 (n - 7) \ge 21$

الدرسُ [4-1]

حلُ معادلاتٍ من الدرجة الاولى بمتغيرٍ واحدٍ بخطوتين في R

Solving First Degree Equations with One Variable inTwo-Steps in R

فكرةُ الدرسِ
- حلُّ معادلةٍ من الدرجة الاولى بمتغيرٍ واحدٍ بخطوتين .

المفردات
- معادلةٌ بمتغيرٍ واحدٍ .
- معادلةٌ من الدرجة الاولى .
- حلُّ المعادلة .
- التحقق .

تَعَلَّم

لدى أحمد 5 أقفاصٍ من طيور الكناري ولدى فراس 4 أقفاصٍ من الطيور. اخرج أحمد 8 طيور من آقفاصه واضافها الى طيور فراس ليصبح لدى كلٌّ منهما عدد الطيور نفسه، إذا وزعت الطيور بشكلٍ متساوٍ على الأقفاصِ، فجدْ عدد الطيور في كلّ قفصٍ.

[4-1-1] حلّ المعادلاتِ باستعمال الجمعِ والطرحِ

Solving the Equations by using Addition and Subtraction

المعادلةُ من الدرجة الأولى بمتغيرٍ واحدٍ هي المعادلةُ التي فيها متغيرٌ واحدٌ ومن القوة واحدٌ .
حلُّ المعادلةِ يعني إيجاد قيمة المتغير فيها، ولحلّ المعادلةِ ضع المتغير في طرفٍ والأعداد في الطرفِ الآخر.

مثال (1) جدْ عددَ الطيورِ في كلّ قفص .

افرض عدد الطيور في كل قفص هو x

لذا المعادلة التي تمثل المسألة هي

$$5x - 8 = 4x + 8$$

الطريقةُ الأولى: الطريقةُ الرأسيةُ

أكتب المعادلة

$$5x - 8 = 4x + 8$$

اضف الى كل طرف $-4x$

$$\begin{array}{r} 5x - 8 = 4x + 8 \\ -4x \quad\quad -4x \\ \hline x - 8 = +8 \end{array}$$

اضف $+8$ الى كل طرفٍ

$$\begin{array}{r} x - 8 = +8 \\ +8 \quad\quad +8 \\ \hline x = 16 \end{array}$$

لذا عدد الطيور في كل قفص هو 16 طيراً

الطريقةُ الثانية: الطريقةُ الافقيةُ

أكتب المعادلة

$$5x - 8 = 4x + 8$$

اضف الى كل طرفٍ $-4x$

$$5x - 8 - 4x = 4x - 4x + 8$$

اضف $+8$ الى كل طرفٍ

$$x - 8 = 8$$
$$x - 8 + 8 = 8 + 8$$
$$x = 16$$

لذا عددُ الطيورِ في كل قفصٍ هو 16 طيراً

التحقق: عوض عن قيمة المتغير ($x=16$) التي حصلتَ عليها من الحل بالمعادلةِ : ؟

$$5x - 8 = 4x + 8$$
$$5(16) - 8 \quad 4(16) + 8$$
$$72 = 72 \checkmark$$

مثال (2) حلّ المعادلاتِ التالية باستعمال الجمعِ والطرحِ :

i) $3y - 12 = 2y - |-30| \Rightarrow 3y-2y-12 = 2y-2y-|-30| \Rightarrow y-12 = -30$

$\Rightarrow y-12+12 = -30+12 \Rightarrow y = -18$

ii) $20 + 2h = 3h - 3^2 \Rightarrow 20 + 2h - 2h = 3h - 9 - 2h \Rightarrow 20 = h-9$

$\Rightarrow 20 + 9 = h - 9 + 9 \Rightarrow h = 29$

iii) $2x + 2\sqrt{3} = x - 3\sqrt{3} \Rightarrow 2x + 2\sqrt{3} - x = x - 3\sqrt{3} - x \Rightarrow x + 2\sqrt{3} = -3\sqrt{3}$

$\Rightarrow x + 2\sqrt{3} - 2\sqrt{3} = -2\sqrt{3} - 3\sqrt{3} \Rightarrow x = -5\sqrt{3}$

iv) $|-3|m = 10 - \sqrt[3]{-8}\ m \Rightarrow 3m = 10 + 2m \Rightarrow 3m - 2m = 10 + 2m - 2m \Rightarrow m = 10$

[4-1-2] حلُّ المعادلاتِ باستعمالِ الضربِ والقسمةِ
Solving the Equations by using Multiplication and Division

استعملِ العلاقةَ بين الضربِ والقسمةِ لإيجاد قيمة المتغير في معادلاتِ الدرجةِ الاولى بمتغيرٍ واحدٍ

مثال (3)

اقلامُ تلوين: اشترتْ سرى 5 علب اقلام تلوين، فاحتفظتْ لنفسها 3 اقلام من كلّ علبة ووزعتِ الباقي على اخواتها الأربع بالتساوي فكان حصةُ كلّ واحدةٍ من اخواتها 15 قلماً. ما عددُ الأقلامِ في كل علبةٍ ؟

افرض عدد الأقلام في كل علبة هو n

لذا المعادلة التي تمثل المسألة هي

$5(n-3) \div 4 = 15$

$\frac{5(n-3)}{4} = 15$

أضرب كل طرف في 4

$\frac{5(n-3)}{4}(4) = 15\,(4)$

أضرب 5 في داخل القوس

أضف 15 + الى كل طرف

$5(n-3) = 60$

$5n - 15 = 60$

$5n - 15 + 15 = 60 + 15$

أقسم كل طرف على 5

$5n = 75$

$n = 15$

لذا عددُ الأقلامِ في كلّ علبة هو 15 قلماً

التحقّقُ : عوض عن قيمةِ المتغيرِ (n=15) التي حصلت عليها من الحلّ بالمعادلة :

$5(n-3) \div 4 = 15$

$5(15-3) \div 4 \quad 15$

$15 = 15$ ✓

مثال (4) حلّ المعادلات التالية باستعمال الضربِ والقسمةِ :

i) $x \div 12 = 4 \Rightarrow x = 4(12) \Rightarrow x = 48$

ii) $\sqrt{36}\,y \div 2 = |-5| \Rightarrow 6y \div 2 = 5 \Rightarrow 6y = 10 \Rightarrow \frac{6y}{6} = \frac{10}{6} \Rightarrow y = \frac{10}{6} \Rightarrow y = \frac{5}{3}$

مثال (5) حلّ المعادلاتِ الآتية :

i) $5y + 7 = 3y - 2^3 \Rightarrow 5y - 3y = -8 - 7 \Rightarrow 2y = -15 \Rightarrow y = \frac{-15}{2}$

ii) $\sqrt{16}\,x - 3\sqrt{7} = \sqrt{9}\,x \Rightarrow 4x - 3\sqrt{7} = 3x \Rightarrow 4x - 3\sqrt{7} - 3x = 3x - 3x$

$\Rightarrow x - 3\sqrt{7} = 0 \Rightarrow x - 3\sqrt{7} + 3\sqrt{7} = 0 + 3\sqrt{7} \Rightarrow x = 3\sqrt{7}$

iii) $3(6t + 5) = 3(3t + 12) \Rightarrow 18t + 15 = 9t + 36 \Rightarrow 18t - 9t = 36 - 15$

$\Rightarrow 9t = 21 \Rightarrow t = \frac{21}{9} \Rightarrow t = \frac{7}{3}$

iv) $\frac{2x}{5} = \frac{7}{20} \Rightarrow \frac{2x(5)}{5} = \frac{(5)7}{20} \Rightarrow 2x = \frac{7}{4} \Rightarrow \frac{2x}{2} = \frac{7}{4(2)} \Rightarrow x = \frac{7}{8}$

تأكَّدْ من فهمِكَ

حلّ المعادلاتِ التالية باستعمال الجمعِ والطرحِ وتحقّقْ من صحة الحلّ :

1. $4x - 10 = 3x + 20$
2. $25 + m = 2m - 16$
3. $2y + 2^4 = y - 3$
4. $\sqrt{49} - d = 21 - 2d$
5. $|-13|\,x = \sqrt[3]{-27} + 12x$
6. $7y - 6^2 = 6y - 36$
7. $3h + 4\sqrt{5} = 2h + 7\sqrt{5}$
8. $\sqrt{9}\,x = |-17| + 2x$

الأسئلة (1- 8) مشابهة للمثالين (1,2)

حلّ المعادلاتِ التالية باستعمال الضربِ و القسمةِ وتحقّقْ من صحةِ الحلّ :

9. $2x \div 16 = \frac{1}{3}$
10. $\sqrt[3]{8}\,y \div |-6| = 3^2$
11. $3m - 9 = 5 - 2m$
12. $\sqrt{3}\,z \div 12 = \sqrt{3} \div 5$
13. $\frac{\sqrt{5}\,x}{2} = \frac{1}{3}$
14. $\frac{6y}{5\sqrt[3]{27}} = \frac{6}{5}$
15. $2(h + 5) = \sqrt{64}$
16. $|-14|\,n = 63 \div (-9)$

الأسئلة (9-16) مشابهة للأمثلة (3,5)

تدربْ وحلّ التمرينات

حلّ المعادلاتِ التالية باستعمال الجمعِ والطرحِ وتحقّقْ من صحة الحلّ :

17. $5y - 20 = 4y + 2$
18. $6x + 3^2 = 5x - 5$
19. $f = \sqrt[3]{-64} + 2f$
20. $3z - 2\sqrt{3} = 2z + 7\sqrt{3}$

حلّ المعادلاتِ التالية باستعمال الضربِ و القسمةِ وتحقّقْ من صحةِ الحلّ :

21. $4y \div 24 = \frac{1}{5}$
22. $\sqrt[3]{27}\,z \div |-7| = 3^3$
23. $\sqrt{2}\,x \div 9 = \sqrt{2} \div 5$
24. $\frac{\sqrt{3}\,y}{2} = \frac{1}{3}$
25. $5(k + 6) = \sqrt[3]{-125}$
26. $|-8|\,n = 72 \div (-12)$

تدربْ وحلّ مسائلَ حياتيةً

27 **شراء:** اشترى أنور سيارةً بقيمة 28 مليون دينار. دفع 6 ملايين دفعةً أولى، وقسّط الباقي على 11 شهراً. أكتبْ معادلة تمثل المسألة وحلّها لكي تجد قيمةَ القسطِ الشهري.

28 **غوصٌ:** نزلت غواصةُ ابحاثٍ من سطح البحر فقطعت $\frac{6}{10}$ من عمق البحر وتوقفتْ. على ايِّ عمق يقعُ قاعُ البحر إذا كانت الغواصة قد توقفت على عمق 180 m من سطحِ البحرِ ؟

29 **حديقةُ الحيوانِ:** حلُّ المعادلةِ $3n + 15 = 2n + 32$ لايجادِ قيمة n التي تمثِّلُ عدد القرود في حديقة الحيوان .

30 **حدائقُ:** زُرِعَتْ منطقةٌ مستطيلة الشكلِ بالوردِ، طولها ثلاثةُ أمثال عرضُها. ما أبعادُ المنطقةِ المزروعة بالوردِ إذا كان محيطُها 52 m ؟

فَكِّرْ

تحدٍّ: حل المعادلات الآتية :

31 $\sqrt{2}\ x - 3\sqrt{2} = 5\sqrt{2} - \sqrt{2}\ x$

32 $|-11|\ f = \sqrt[3]{-64} + 12f$

33 **أصحِّح الخطأ :** حلت ايمان المعادلة الآتية : $\frac{v}{5^2} = \frac{\sqrt{5}}{5^3}$ ، وكتبت $v = \frac{1}{5}$

حدد خطأ ايمان وصححه .

34 **حسٌّ عدديٌّ :** عمرُ سمير ضعفُ عمرُ سعد ، بعد مرور 6 سنوات يُصبح عمرُ سمير 22 سنة .

ما عمرُ سعد قبل 6 سنوات ؟

أُكتبْ

مسألةً حياتيةً تمثلُ المعادلةَ التالية وجدْ حلَّها : $6n - 50 = 20$

الدرسُ [4-2]

حلُّ معادلاتٍ من الدرجةِ الاولى بمتغيرٍ واحدٍ بعدةِ خطواتٍ في R

Solving First Degree Equations with One Variable by Multi-Steps in R

فكرةُ الدرسِ
- حلُ معادلةٍ من الدرجة الاولى بمتغيرٍ واحدٍ بعدةِ خطواتٍ.

المفردات
- خاصيةُ التوزيعِ.
- خاصيةُ التجميعِ.

تَعَلَّم

على الساحلِ 600 فقمة، زادتْ $\frac{1}{6}$ عددها نتيجة الولادة، وبعد تعرضها الى هجوم من قبلِ الحيتان الزرق، قل عدّدها الى 550 فقمة. ماعددُ الفقماتِ المفقودةً ؟

[4-2-1] حلُّ المعادلاتِ التي تتضمن متغيراً في أحد طرفيها أو كليهما

Solving the Equations Which has variable in one side or both sides

لحلِّ المعادلةِ التي تحتوي على متغيرٍ واحدٍ ، اعزل الحد الذي يحتوي على المتغير في أحد طرفيها ثم اجعل معامله واحداً باستعمال خواص الاعدادِ الحقيقيةِ (التوزيع ،التجميع، .....) .

مثال (1) **لإيجاد عدد الفقمات المفقودة ، افرضْ أنّ عددَ الفقمات المفقودة هو n**

المعادلة التي تمثل المسألة هي

$$600 + \frac{1}{6} \times 600 - n = 550$$

جد ناتج $\frac{1}{6} \times 600$

$$600 + 100 - n = 550$$

$$700 - n = 550$$

اعزل حد المتغير في طرف

$$-n = 550 - 700$$

اضرب طرفي المعادلة في (-1)

$$-n = -150$$

$$n = 150$$

لذا عدد الفقمات المفقودة هو 150 فقمة .

التحقّقُ: عوّض عن قيمة المتغير(n=150) التي حصلت عليها من الحل بالطرف الأيسر(L.H.S) من المعادلة :

$$600 + \frac{1}{6} \times 600 - n = 550$$

(الطرف الأيمن) $L.H.S = 600 + \frac{1}{6} \times 600 - n = 600 + 100 - 150 = 550 = R.H.S$

مثال (2) **حلّ المعادلاتِ التالية باستعمال خصائص الاعدادِ الحقيقيةِ :**

i) $2(z-8)+16 = |-36| \Rightarrow 2z-16+16 = 36 \Rightarrow 2z = 36 \Rightarrow z = 36 \div 2 \Rightarrow z = 18$

ii) $4(x - 5\sqrt{3}) = 3x - 2\sqrt{3} \Rightarrow 4x - 20\sqrt{3} = 3x - 2\sqrt{3}$

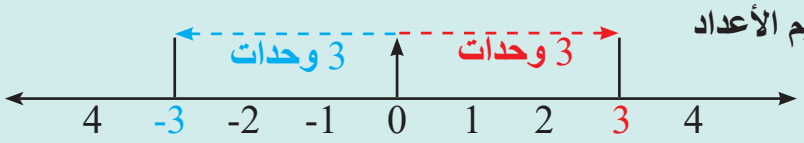
$$\Rightarrow 4x - 3x = 20\sqrt{3} - 2\sqrt{3} \Rightarrow x = 18\sqrt{3}$$

iii) $\frac{1}{5}(3y + 10) - 7 = \frac{2}{5}(y - 15) \Rightarrow \frac{3}{5}y + 2 - 7 = \frac{2}{5}y - 6$

$$\Rightarrow \frac{3}{5}y - \frac{2}{5}y = 5 - 6 \Rightarrow \frac{1}{5}y = -1 \Rightarrow y = -5$$

[4-2-2] حلُّ المعادلاتِ التي تتضمّن القيمةِ المطلقةِ
Solving the Equations containing Absolute Value

إن حلَّ المعادلةِ التي تحتوي على القيمةِ المطلقةِ للمتغير مثل $|x| = 3$ يعني ايجاد المسافةِ بين x و العدد 0 على مستقيم الأعداد



لذا فإن حل المعادلة $|x| = 3$ هو إما $x = 3$ أو $x = -3$ ومجموعة الحل هي $\{ 3, -3 \}$

مثال (3) **حديقةُ الحيوانِ :** المعادلة $|x-27| = 2$ تمثلُ درجةَ حرارةِ المكان المخصص للأفاعي .
جدْ درجةَ الحرارةِ العظمى والصغرى لمكانِ الأفاعي في حديقة الحيوان .

الحالةُ الأولى :

$x - 27 = 2$

$x = 2 + 27 \Rightarrow x = 29$

لذا درجة الحرارة العظمى هي 29 درجةً سليزية

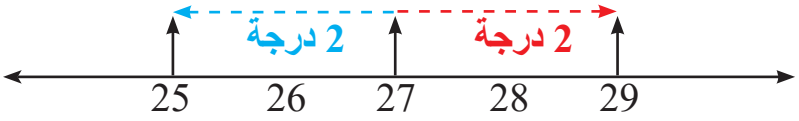
الحالةُ الثانية :

$x - 27 = -2$

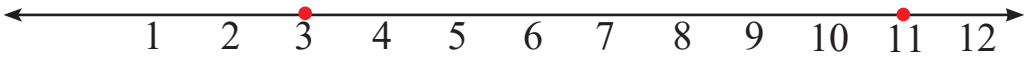
$x = 27 - 2 \Rightarrow x = 25$

لذا درجة الحرارة الصغرى هي 25 درجةً سليزية ويمكنُ تمثيلُ الحل بيانياً على مستقيم الأعداد :

مجموعةُ الحلِّ للمعادلةِ هي $\{ 25 , 29 \}$

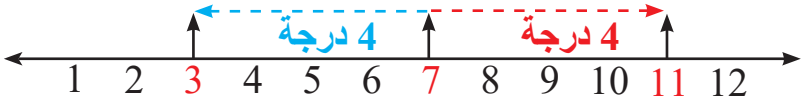


مثال (4) أكتبْ معادلةَ القيمةِ المطلقةِ التي تمثيلها البيانيُّ على مستقيمِ الأعدادِ هو :



جدْ نقطة تبعد المسافة نفسها بين العدد 11 والعدد 3 ، وهذه النقطةُ هي منتصف المسافةِ بين العددين أي العدد 7

لذا المعادلة المطلوبة هي $|x-7| = 4$



مثال (5) حلّ المعادلاتِ الآتية :

i) $|y + 9| = 5 \Rightarrow \{ y+9 = 5 \Rightarrow y = -4$ أو $y+9 = -5 \Rightarrow y = -14 \} \Rightarrow \{ -4, -14 \}$ مجموعة الحل للمعادلة

ii) $|2n - 7| = 6 \Rightarrow \{ 2n-7 = -6 \Rightarrow 2n=1 \Rightarrow n = \frac{1}{2}$ أو $2n-7 = 6 \Rightarrow 2n=13 \Rightarrow n = \frac{13}{2} \} \Rightarrow \{ \frac{1}{2}, \frac{13}{2} \}$ مجموعة الحل

iii) $|x - 5| = -3$

يعني أنَّ المسافةَ بين x و 5 تساوي -3
وبما أنه لا يمكن ان تكون المسافةُ سالبةً ، لذا فإنَّ مجموعةَ الحلِّ لهذه المعادلةِ هي المجموعة الخالية $\varnothing$.

تَأكّد من فهمِكَ

حلّ المعادلاتِ التالية باستعمال خصائص الأعدادِ الحقيقيةِ :

الأسئلة (1 - 6) مشابه للمثال (2)

1 $8y - 12 = 4y + 12$

2 $|-15| + z = 3z + 15$

3 $3(y + 5^2) = y + 70$

4 $3\sqrt{2} - x = x - 5\sqrt{2}$

5 $\sqrt{5}(n + 3) = 4\sqrt{5}$

6 $\sqrt{25}\, y = 3(y - 15) + 2$

حلّ المعادلاتِ التالية باستعمال الخصائص وتحقّقْ من صحةِ الحلّ :

الأسئلة (7 - 10) مشابه الى المثالين (1,2)

7 $2(x + 20) = 5(x - 10)$

8 $\sqrt[3]{64}\, y \div |-6| = 8\sqrt{2}$

9 $\frac{1}{5}(t - \sqrt{25}) + 3 = 2(4 - t)$

10 $\frac{2v}{1 + \sqrt[3]{27}} = \frac{3v}{8}$

حلّ المعادلاتِ الآتية:

الأسئلة (11 - 14) مشابه الى المثالين (3,5)

11 $|x - 22| = 8$

12 $|4y + 30| = \sqrt{49}$

13 $|\frac{1}{5}m + 9| = \sqrt[3]{-27}$

14 $|3z - 9| = 2^3$

تدربْ وحلّ التمرينات

حلّ المعادلاتِ التالية باستعمال خصائص الأعدادِ الحقيقيةِ :

15 $4x + 8 = 12 - 2x$

16 $7(t + 1^2) = \frac{1}{2}t - 2$

17 $\sqrt{7}(v + 8) = 2\sqrt{7}$

حلّ المعادلاتِ التالية باستعمال الخصائص وتحقّقْ من صحةِ الحلّ :

18 $4(y - 15) = 3(y + 15)$

19 $\frac{1}{2}(x - 5) + \frac{5}{2} = \frac{1}{4}(x - 4)$

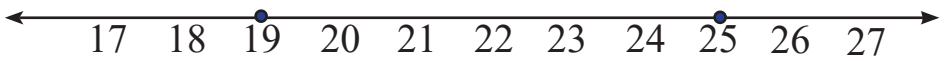
حلّ المعادلاتِ الآتية:

20 $|y - 13| = 9$

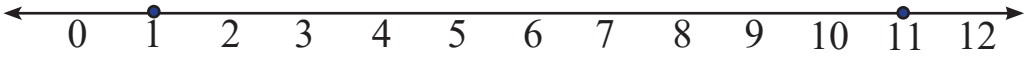
21 $|\frac{1}{2}m + 9| = \sqrt[3]{-125}$

أكتبْ معادلةَ القيمةِ المطلقةِ التي تمثيلُها البيانيُّ على مستقيمِ الأعدادِ هو:

22



23



تدربْ وحلّ مسائلَ حياتيةً

24 **طقسٌ:** معدلُ درجةِ الحرارةِ في شمالِ العراقِ في شهر شباط 2 درجةٍ سلسيزيةٍ، تزيد أو تنقصُ بمقدار 3 درجةٍ سليزية.أكتبْ معادلة تمثلُ درجة الحراراةِ الصغرى والعظمى لشهرِ شباط.

25 **مترو الأنفاقِ:** معدلُ سرعة قطار مترو الآنفاق 60 km/h وتقل سرعتهُ عند المنعطفاتِ بمقدار 20 km/h وتزدادُ عندما يكونُ الطريقُ مستقيماً بمقدار 20 km/h. أكتب معادلة لإيجاد أكبرسرعةٍ وأصغرسرعةٍ للقطارِ.

26 **شراءٌ:** يريدُ وليدُ شراءَ جهازِحاسوبٍ بثمن 650000 دينار، لديه في الوقت الحاضر 200000 دينار ويوفرُ كل اسبوعٍ 50000 دينار. بعد كم أسبوع سيجمع وليد مبلغَ جهازِ الحاسوبِ؟

فَكِّر

تحدٍّ: حلّ المعادلات الآتية:

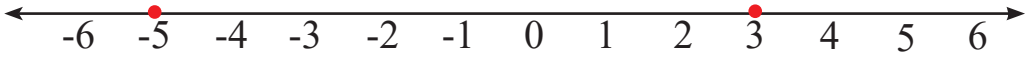
27 $\frac{\sqrt{3}\,x}{4+\sqrt[3]{-27}} = \frac{2\sqrt{3}\,x}{5}$

28 $|4y - 9| = |26 - 5\sqrt{64}|$

29 **أُصحّح الخطأ:** حلت هبة المعادلةِ الآتية: $\frac{1}{6}(z - 6) = \frac{1}{3}(z - 3)$

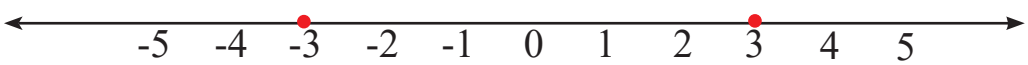
وكتبت $z = 6$. حدد خطأ هبة وصححه .

30 **حِسٌّ عدديٌّ:** أكتب معادلة القيمةِ المطلقةِ التي تمثيلها البيانيُّ على مستقيمِ الأعدادِ هو:



أُكتبْ

مسألةً حياتية تمثلُ معادلةَ القيمةِ المطلقةِ التي تمثيلها البياني هو :



الدرسُ [4-3]

حَلُّ معادلاتٍ من الدرجةِ الثانيةِ بمتغيرٍ واحدٍ في R

Solving Second Degree Equations with One Variable in R

فكرةُ الدرسِ

- حلّ معادلة من الدرجة الثانية بمتغيرٍ واحدٍ في R.

المفردات

- معادلةٌ من الدرجةِ الثانيةِ.
- خاصيةُ الضربِ الصفري.

تَعَلَّم

يقعُ برجُ بغدادَ في منطقة اليرموك غربَ بغدادَ وبُني سنة 1991 ويبلغ ارتفاعه 204m، ومساحةُ قاعدةِ البرجِ المربعة $36m^2$، جدْ طولَ ضلعِ قاعدةِ البرجِ .

[4-3-1] حلّ المعادلاتِ باستعمال الجذرِ التربيعيِّ

Solving the Equations by Using Square Root

المعادلةُ من الدرجة الثانية بمتغيرٍ واحدٍ هي المعادلةُ التي فيها أكبر قوةٍ للمتغيرِ هي القوة الثانية ،

مثلاً $x^2 = 25$ ، $14x^2 - 2x = 0$، وحلها يعني ايجاد قيمتين للمتغير x .

مثال (1) **مساحةُ قاعدةِ البرجِ هو $36m^2$. جدْ طولَ ضلعِ القاعدةِ.**

المعادلة التي تمثل مساحة القاعدة هي $x^2 = 36$

يوجد جذران تربيعيان للعدد 36 هما $x = \sqrt{36}$ أو $x = -\sqrt{36}$

6 و 6 - هما جذرا العدد 36 $x = 6$ أو $x = -6$

لذا طول ضلع قاعدة البرج هو 6m ،

والقيمة $x = -6$ تُهملُ لانَّ طولَ القاعدةِ لايمكن ان يكون سالباً .

مثال (2) **حلَّ المعادلاتِ التالية باستعمال الجذرِ التربيعيِّ :**

i) $y^2 = 32 \Rightarrow y = \sqrt{32}$ أو $y = -\sqrt{32} \Rightarrow y = 4\sqrt{2}$ أو $y = -4\sqrt{2}$

ii) $16z^2 = 4 \Rightarrow \frac{1}{16}(16z^2) = \frac{1}{16} \times 4 \Rightarrow z^2 = \frac{1}{4}$

$\Rightarrow z = \sqrt{\frac{1}{4}}$ أو $z = -\sqrt{\frac{1}{4}} \Rightarrow z = \frac{1}{2}$ أو $z = -\frac{1}{2}$

iii) $8x^2 = 1 \Rightarrow \frac{1}{8}(8x^2) = \frac{1}{8} \times 1 \Rightarrow x^2 = \frac{1}{8} \Rightarrow x = \sqrt{\frac{1}{8}}$ أو $x = -\sqrt{\frac{1}{8}}$

$\Rightarrow x = \frac{1}{\sqrt{8}}$ أو $x = -\frac{1}{\sqrt{8}} \Rightarrow x = \frac{1}{2\sqrt{2}}$ أو $x = -\frac{1}{2\sqrt{2}}$

iv) $t^2 - 1 = 11 \Rightarrow t^2 = 12 \Rightarrow t = \sqrt{12}$ أو $t = -\sqrt{12} \Rightarrow t = 2\sqrt{3}$ أو $t = -2\sqrt{3}$

[4-3-2] حلّ المعادلاتِ باستعمالِ خاصيةِ الضربِ الصفريِّ
Solving the Equations by Using Zero Product Property

خاصيةُ الضربِ الصفريِّ: إذا كان نتيجةُ ضربِ عددين يساوي صفراً فإنه يجب أن يكون أحد العددين يساوي صفراً، مثلاً $0 \times 5 = 0$ ، $8 \times 0 = 0$ **ولذا فإنه إذا كان** $ab = 0$ **يؤدي الى** $a=0$ **أو** $b=0$.

مثال (3) **رياضةٌ:** يمثلُ القانونُ $L = -5t^2 + 30t$ أرتفاع سهمٍ بالأمتار والذي أطلقه مختار في الهواء، إذ تمثل t الزمن بالثواني. احسبِ الزمنَ اللازمِ لكي يعودُ السهمُ من الارتفاع الذي انطلقِ منه.

يكون السهم عند الارتفاع الذي انطلق منه، عندما يكون $L = 0$

لذا $-5t^2 + 30t = 0$

نحلل باستخراج العامل المشترك $5t(-t + 6) = 0$

خاصية الضرب الصفري $5t = 0 \Rightarrow t = 0$

أو $-t + 6 = 0 \Rightarrow t = 6$

$t = 0$ هو زمنُ انطلاقِ السهمِ بالثواني.

$t = 6$ هو الزمنُ الذي استغرقه السهم للعودةِ الى الارتفاعِ الذي انطلق منه بالثواني .

مثال (4) حلّ المعادلاتِ التالية باستعمالِ خاصيةِ الضربِ الصفريِّ:

i) $(x - 3)(x + 5) = 0 \Rightarrow x - 3 = 0$ أو $x + 5 = 0 \Rightarrow x = 3$ أو $x = -5$

ii) $(t + 8)(t + 8) = 0 \Rightarrow t + 8 = 0$ أو $t + 8 = 0 \Rightarrow t = -8$ أو $t = -8$

iii) $(y - 12)(y - 9) = 0 \Rightarrow y - 12 = 0$ أو $y - 9 = 0 \Rightarrow y = 12$ أو $y = 9$

iv) $(2z - 7)(z + 3) = 0 \Rightarrow 2z - 7 = 0$ أو $z + 3 = 0 \Rightarrow z = \frac{7}{2}$ أو $z = -3$

v) $(n + \sqrt{3})(n - \sqrt{2}) = 0 \Rightarrow n + \sqrt{3} = 0$ أو $n - \sqrt{2} = 0 \Rightarrow n = -\sqrt{3}$ أو $n = \sqrt{2}$

vi) $x^2 - x = 0 \Rightarrow x(x - 1) = 0 \Rightarrow x = 0$ أو $x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$

vii) $4y^2 - 16y = 0 \Rightarrow 4y(y - 4) = 0 \Rightarrow 4y = 0$ أو $y - 4 = 0 \Rightarrow y = 0$ أو $y = 4$

viii) $5z - 5z^2 = 0 \Rightarrow 5z(1 - z) = 0 \Rightarrow 5z = 0$ أو $1 - z = 0 \Rightarrow z = 0$ أو $z = 1$

ix) $\sqrt{12}\, h^2 + 2h = 0 \Rightarrow 2\sqrt{3}\, h^2 + 2h = 0 \Rightarrow 2h(\sqrt{3}\, h + 1) = 0$

$\Rightarrow 2h = 0$ أو $\sqrt{3}\, h + 1 = 0 \Rightarrow h = 0$ أو $h = -\frac{1}{\sqrt{3}}$

تَأكَّد من فهمكَ

حلّ المعادلاتِ التاليةِ باستعمالِ الجذرِ التربيعيِّ :

الأسئلة (1-6) مشابهة للمثال (2)

1 $x^2 = 25$

2 $4y^2 = 1$

3 $12z^2 = 4$

4 $n^2 - 3 = 13$

5 $7 + m^2 = 43$

6 $\frac{1}{2}x^2 = 9$

حلّ المعادلاتِ التاليةِ باستعمالِ خاصيةِ الضربِ الصفريِّ :

الأسئلة (7-12) مشابهة للمثال (4)

7 $(y - 4)(y + 7) = 0$

8 $(x + 10)(x + 10) = 0$

9 $(13 - m)(6 - m) = 0$

10 $(h - 15)(h - 8) = 0$

11 $(3x - 11)(x + 9) = 0$

12 $(v + \sqrt{5})(v - \sqrt{7}) = 0$

الأسئلة (13 - 16) مشابه للمثال (4)

13 $y^2 - y = 0$

14 $5z^2 + 25z = 0$

15 $3t - t^2 = 0$

16 $\sqrt{18}\,x^2 + 3x = 0$

تدربْ وحلّ التمرينات

حلّ المعادلاتِ التاليةِ باستعمالِ الجذرِ التربيعيِّ :

17 $y^2 = 36$

18 $7z^2 = 1$

19 $t^2 - 4 = 12$

20 $7 + n^2 = 56$

21 $z^2 = \frac{4}{9}$

22 $v^2 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

حلّ المعادلاتِ التاليةِ باستعمالِ خاصيةِ الضربِ الصفريِّ :

23 $(x - 5)(x + 6) = 0$

24 $(15 - n)(7 - n) = 0$

25 $(5t - 13)(t + 8) = 0$

26 $(\sqrt{3} - v)(\sqrt{3} + v) = 0$

27 $z^2 - z = 0$

28 $12n - 2n^2 = 0$

29 $2\sqrt{5}\,v^2 + 2\sqrt{5}\,v = 0$

تدربْ وحلّ مسائلَ حياتيةً

30 **سَجّادٌ:** غرفةٌ مربعة الشكل طولُ ضلعِها x متر، فُرِشتْ في وسطِ ارضيتها سجادة مربعة الشكلِ مساحتها $25m^2$، فكانَت مساحة المنطقةِ غيرِ المغطاةِ بالسجادة $24m^2$. ما طولُ ضلعِ الغرفةِ ؟

31 **كُرة الريشةِ:** ضربت دينا كرةَ الريشةِ بالمضربِ نحو الأعلى بسرعةِ 30 m/sec، إذا كان القانون $H = -5t^2 + 25t$ يعبر عن ارتفاعِ كرةِ الريشة في الهواء بالأمتارِ بدلالةِ الزمنِ بالثواني. احسبِ الزمنَ الذي استغرقته كُرةَ الريشة للعودة الى سطح الأرض .

32 **رمايةٌ:** يمثلُ القانونُ $H= -5t^2 + 40t + 3$ أرتفاع السهم الذي اطلقه خالد في الهواء، إذ تمثل t الزمن بالثواني. جدْ ارتفاعَ السهم بعد 2 ثانية من اطلاقهِ، وما الزمن الازم لكي يعودُ السهم الى ارتفاع 3m؟

فَكِّر

تحدٍّ: حل المعادلات الآتية :

33 $x^2 - \frac{2}{3} = \left|-\frac{1}{2}\right|$

34 $3y^2 - 48 = 0$

35 $(2z + 2\sqrt{5})(z - 2\sqrt{5}) = 0$

36 **أُصحِّح الخطأ:** حلت جميلة المعادلة الآتية : $\left(\frac{1}{3}x - \frac{1}{4}\right)\left(\frac{1}{3}x + \frac{1}{4}\right) = 0$

وكتبت $x= \frac{4}{3}$ أو $x= -\frac{4}{3}$. حدد خطأ جميلة وصححه.

37 **حِسٌّ عدديٌّ:** أثبت أن $(y+5)(y-3) = y^2+2y-15$ ، ثم جد حل المعادلة : $y^2+2y = 15$.

أكتب

مسألةً حياتيةً تمثلُ المعادلةَ الآتية : $x(x+4) = 60$

الدرسُ [4-4]

حلُّ المتباينات الجبريةِ ذات الخطوتين في R

Solving Two-steps Algebraic Inequalities in R

فكرةُ الدرسِ

- حَلُّ المتباينات الجبريةِ ذات الخطوتين باستعمالِ العملياتِ الأربع وتمثيل الحلِّ على مستقيم الأعداد.

المفردات

- المتباينةُ الجبريةُ.
- مجموعةُ الحلِّ.

تَعَلَّم

ياسين عمره 14 سنة يتدربُ على كرةِ القدمِ، ويفكر في المشاركةِ في الفريقِ الوطنيِّ .
أكتبْ متباينةً وحلها لتحديدِ بعد كم سنةٍ يمكنه الأنضمامِ للفريق الوطنيّ.
فريق الناشئين (العمر 16 - 21) ، الفريق الوطني (العمر 27 فما فوق)، فريق الشباب (العمر 22 - 26).

[4-4-1] حلّ المتباينات الجبريةِ ذات الخطوتين باستعمال الجمعِ والطرحِ

Solving Two-steps Algebraic Inequalities by Using addition and subtraction

تسمى المتباينةُ التي تحتوي على متغيرٍ أو أكثر متباينةً جبريةً، وكل عددٍ يجعل المتباينةَ صحيحةً هو حلٌّ للمتباينةِ ، وتسمى مجموعة الحلول للمتباينة بمجموعةِ الحلِّ ، ويمكن تمثيلها على مستقيمِ الأعدادِ الحقيقيةِ .

من خواص المتباينات على الأعداد الحقيقية :

1) خاصيةُ الجمعِ : لكل $a, b, c \in R$ **، إذا كان** $a \geq b$ **فإن** $a + c \geq b + c$

2) خاصيةُ الطرحِ : لكل $a, b, c \in R$ **، إذا كان** $a \geq b$ **فإن** $a - c \geq b - c$

العلاقات (1 , 2) تبقى صحيحةً في حالةِ استبدال $\geq$ بالعلاقات ($\leq$ ، $<$ ، $>$)

مثال (1) **أكتبْ متباينةً تمثل المسألة وحلها لإيجادِ عددِ السنوات التي ينتظرها ياسين ليتمكن من الانضمام للفريق الوطني.**

المتباينة التي تمثل المسألة هي $x + 14 \geq 27$

اضف 14- الى طرفي المتباينة $x + 14 - 14 \geq 27 - 14$

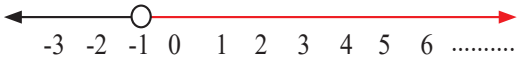
$x \geq 13$

يتمكنُ ياسين بعد 13 سنة في الأقل من الانضمام الى الفريقِ الوطنيّ.

مثال (2) **حلّ المتباينات التاليةِ في R باستعمال خصائص الجمعِ والطرحِ ومثّله على مستقيمِ الأعدادِ:**

i) $3x - 12 \leq 2x - 6 \Rightarrow 3x - 2x \leq 12 - 6 \Rightarrow x \leq 6$

ii) $2z - \frac{5}{7} > z - \frac{12}{7} \Rightarrow 2z - z > \frac{5}{7} - \frac{12}{7} \Rightarrow z > -1$



مثال (3) **حلّ المتباينات التاليةِ في R باستعمال خصائص الجمعِ والطرحِ :**

i) $3(y - \sqrt{2}) < 2y + \sqrt{2} \Rightarrow 3y - 3\sqrt{2} < 2y + \sqrt{2} \Rightarrow 3y - 2y < \sqrt{2} + 3\sqrt{2} \Rightarrow y < 4\sqrt{2}$

ii) $8(\frac{1}{8}h + \frac{3}{16}) < 0 \Rightarrow 8 \times \frac{1}{8}h + 8 \times \frac{3}{16} < 0 \Rightarrow h + \frac{3}{2} < 0 \Rightarrow h < -\frac{3}{2}$

iii) $11(m + 3) > 10(m - 2) \Rightarrow 11m + 33 > 10m - 20 \Rightarrow m > -53$

[4-4-2] حلّ المتباينات الجبريةِ ذات الخطوتين باستعمال الضربِ والقسمةِ :
Solving Two-steps Algebraic Inequalities by Using multiplication and division

يمكنُ حلّ المتباينات الجبريةِ باستعمال خواص الضربِ والقسمةِ على الأعدادِ الحقيقيةِ :

3) **خاصيةُ الضربِ:** i) لكل $a, b, c \in R$ ، إذا كان $c > 0$ ، $a \geq b$ فإن $a\,c \geq b\,c$

ii) لكل $a, b, c \in R$ ، إذا كان $c < 0$ ، $a \geq b$ فإن $a\,c \leq b\,c$

4) **خاصيةُ القسمةِ:** i) لكل $a, b, c \in R$ ، إذا كان $a \geq b$ وأن $c < 0$ فإن $\frac{a}{c} \leq \frac{b}{c}$

ii) لكل $a, b, c \in R$ ، إذا كان $a \geq b$ وأن $c > 0$ فإن $\frac{a}{c} \geq \frac{b}{c}$

مثال (4)

طيورٌ: لدى أنور 18 طائراً ولدى أثير 98 طائراً، يريد أنور أن يضاعفَ عددَ الطيور ليكونَ عددها أكثر من عددِ طيورِ اثير بمقدار 10 طيور في الأقل. كم مرة يجب ان يضاعفَ أنور عدد الطيور التي لديه ؟

اكتب المتباينة التي تمثل المسألة

$18x - 10 \geq 98$

اضف 10 الى طرفي المتباينة

$18x - 10 + 10 \geq 98 + 10$

اقسم طرفي المتباينة على 18

$18x \geq 108$

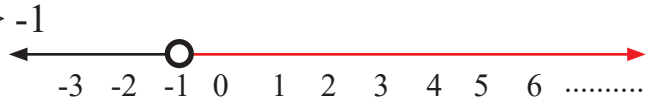
$x \geq 6$

يجب أنْ يُضاعفَ انور عددَ طيوره 6 مرات في الأقل

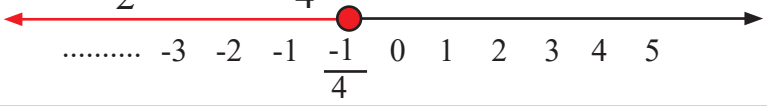
مثال (5)

حلّ المتباينات التالية في R باستعمال خصائص الضربِ والقسمةِ ومثّله على مستقيمِ الأعدادِ:

i) $\frac{6y}{-2} < 3 \Rightarrow \frac{6y}{-2} \times \frac{-2}{6} > 3 \times \frac{-2}{6} \Rightarrow y > -1$



ii) $2x - 2 \leq \frac{-5}{2} \Rightarrow 2x \leq \frac{-5}{2} + 2 \Rightarrow 2x \leq \frac{-1}{2} \Rightarrow x \leq \frac{-1}{4}$



مثال (6)

حلّ المتباينات التاليةِ في R باستعمال خصائص الضربِ والقسمةِ :

i) $\frac{9x}{4} < \frac{3}{5} \Rightarrow \frac{9x}{4} \times \frac{1}{9} < \frac{3}{5} \times \frac{1}{9} \Rightarrow \frac{x}{4} \times 4 < \frac{3}{45} \times 4 \Rightarrow x < \frac{12}{45} \Rightarrow x < \frac{4}{15}$

ii) $\frac{-2t}{7} \geq \frac{5}{14} \Rightarrow \frac{-2t}{7} \times \frac{7}{2} \geq \frac{5}{14} \times \frac{7}{2} \Rightarrow -t \geq \frac{5}{4} \Rightarrow -t\,(-1) \leq \frac{5}{4}\,(-1) \Rightarrow t \leq \frac{-5}{4}$

حلّ المتباينات التاليةِ في R باستعمال خصائص المتباينات على الأعدادِ الحقيقيةِ :

iii) $6z > 3(z - 6) \Rightarrow 6z > 3z - 18 \Rightarrow 6z - 3z > -18 \Rightarrow 3z > -18 \Rightarrow z > -6$

iv) $\frac{m}{8} < \frac{1}{3} - 2 \Rightarrow \frac{m}{8} < \frac{-5}{3} \Rightarrow \frac{m}{8} \times 8 < \frac{-5}{3} \times 8 \Rightarrow m < \frac{-40}{3}$

v) $\frac{5}{-9} \leq \frac{k}{3} \Rightarrow \frac{5}{-9} \times 9 \leq \frac{k}{3} \times 9 \Rightarrow -5 \leq 3k \Rightarrow 3k \geq -5 \Rightarrow k \geq \frac{-5}{3}$

تأكدَّ من فهمكَ

حلّ المتباينات التالية في R باستعمالِ الخصائص ومثّله على مستقيمِ الأعدادِ :

الأسئلة (1 - 4) مشابهة الى الأمثلة (1,2)

1 $2y - 8 \leq 3y - 8$

2 $2x - 6 < x - \sqrt{16}$

3 $4t + \frac{2}{3} \geq 3t - \frac{5}{3}$

4 $\frac{3}{5} > z - \frac{9}{10}$

حلّ المتباينات التالية في R باستعمالِ خصائص الجمعِ والطرحِ :

الأسئلة (5 - 8) مشابهة الى المثال (3)

5 $7(x - \sqrt{3}) < 6x + \sqrt{3}$

6 $2y + \sqrt[3]{-27} \geq 3y - \sqrt[3]{8}$

7 $5(\frac{1}{5}m + \frac{3}{10}) < 0$

8 $9(z - 4) > 10(z + 3)$

حلّ المتباينات التالية في R باستعمالِ الخصائص الضربِ والقسمةِ :

الأسئلة (9 - 11) مشابهة الى المثال (6)

9 $\frac{3t}{4} \geq \frac{5}{7}$

10 $\frac{-5x}{7} < \frac{7}{21}$

11 $\frac{y}{7} \leq \frac{5}{14}$

حلّ المتباينات التالية في R باستعمالِ خصائص المتباينات على الأعدادِ الحقيقيةِ :

الأسئلة (12 - 17) مشابهة الى الأمثلة (3,6)

12 $5(v + \sqrt{7}) \geq 2v - \sqrt{7}$

13 $2z + \sqrt[3]{-125} < 6z - \sqrt[3]{27}$

14 $9(\frac{1}{3}x + \frac{7}{9}) > 0$

15 $\frac{5}{6}(t - 6) > 11(t + 2)$

16 $\frac{-h}{13} < \frac{1}{26} - 1$

17 $\frac{2x}{3} + 4 \leq \frac{8}{3} - 5$

تدربْ وحلّ التمرينات

حلّ المتباينات التالية في R باستعمالِ خصائص الجمعِ والطرحِ :

18 $9(z - \sqrt{5}) < 8z - \sqrt{5}$

19 $7(\frac{1}{7}m + \frac{5}{14}) < 0$

حلّ المتباينات التالية في R باستعمالِ خصائص الضربِ والقسمةِ :

20 $\frac{2p}{3} \geq \frac{-6}{21}$

21 $\frac{-4x}{9} < \frac{-8}{27}$

حلّ المتباينات التالية في R باستعمالِ خصائص المتباينات على الأعدادِ الحقيقيةِ :

22 $6(x - \sqrt{3}) \geq 4x - \sqrt{3}$

23 $8y + \sqrt[3]{-8} < 4y - \sqrt{121}$

24 $7(\frac{1}{4}x - \frac{3}{14}) \leq 0$

تدربْ وحلّ مسائلَ حياتيةً

25 **خرزٌ:** تريدُ صبا أن تهدي أختها في عيد ميلادها عقداً من خرز اللؤلؤ، يتألفُ من 100 خرزة ويتطلبُ صنعه 7 ساعات، إذا كان في العقد 16 خرزة فما أقلُ عددٍ من الخرز ينبغي لها ادخاله في كل ساعة لأكمال العقد؟

26 **كُرة القدمِ:** في مباراة الدوري لأنديةِ الدرجةِ الأولى لكرةِ القدمِ، فاز فريقُ القوة الجوية في 7 مبارياتٍ وخسر في 3 مبارياتٍ وبقى أَمامه 22 مباراة. ما أقلُ عددٍ من المباريات الباقية يجب أن يفوز بها الفريق لكي يفوزَ بأكثر من نصفِ العدد الكلي للمباريات ؟

27 **مدينةُ الألعابِ:** يحتاجُ شباكُ التذاكر في مدينة الألعاب الى 1400000 دينار لتغطيةِ نفقاتهِ التشغيليةِ يومياً. إذا باع بمبلغ 650000 دينار حتى الظهر بسعرِ التذكرة 750 ديناراً، فكم تذكرة عليه بيعها في الأقل لئلا يقع تحت العجزِ الماليّ؟

فَكِّر

تحدٍّ: حلّ المتباينات الآتية :

28 $2y - \frac{3}{4} < |-\frac{3}{2}|$ 29 $7(\frac{1}{5}z - 1) > 1$ 30 $(\frac{1}{2}x - \frac{\sqrt{5}}{2})(4 + \sqrt[3]{-8}) \geq 0$

31 **أُصحِّح الخطأ:** حل عثمان المتباينة التالية: $\frac{v}{5} - \frac{1}{4} \leq \frac{3}{4} - 1$

وكتب مجموعة الحل هي : $\{5,6,7, ...\}$ حدد خطأ عثمان وصححه .

32 **حِسٌّ عدديٌّ:** أثبت أن قيم h التي تجعل المتباينة التالية صحيحة هي اعداداً سالبة فقط :

$$3h + \frac{1}{3} < |-\frac{1}{6}| - \frac{1}{3}$$

أُكتب

مسألةً حياتيةً تمثلُ المتباينةَ الآتية :

$$500x + 600\,000 \leq 1\,600\,000$$

الدرسُ [4-5]

حلّ المتباينات الجبريةِ متعددةِ الخطواتِ في R

Solving Multi-step Algebraic Inequalities in R

فكرةُ الدرسِ
- حلّ المتباينات الجبرية متعددة الخطوات باستعمال الخصائص وتمثيل الحلّ على مستقيمِ الأعدادِ .

المفردات
- المتباينةُ الجبريةُ.
- المتغيرُ.

تَعَلَّم

إذا أراد 8 جنود الصعود الى المروحية ويحملُ كلّ واحد منهم 20kg من معداته الشخصية .

أكتبْ متباينـةَ وحلها لايجاد الوزن الأضافي المسموح به لكل جندي على أن لاتزيد حمولتُهم الكلية على 880kg.

[4-5-1] حلّ المتباينات الجبريةِ متعددةِ الخطواتِ والتي تتضمنُ متغيراً في أحدِ طرفيها .

Solving Multi-steps Algebraic Inequalities Which has variable in one side

لحلّ متباينةٍ تحتوي على متغيرٍ في احد طرفيها، استعمل الخواص لعزل الحد الذي يحتوي على المتغيرِ في طرف المتباينةِ، ثم اجعل معامله واحداً باستعمال خاصيةِ الضربِ او القسمةِ وجدْ مجموعةَ الحلّ للمتباينةِ، ويمكن تمثل مجموعةِ الحلّ على مستقيمِ الأعدادِ الحقيقيةِ .

مثال (1) أكتبْ متباينةً تمثلُ المسألةَ وحلّها لايجاد عددِ الكيلوغرامات الاضافية المسموح بها الى لكلّ جندي .

نفرضُ أن المتغيرَ w يمثل الوزن الاضافي المسموح به لكلّ جندي

$8(w + 20) \leq 880$

اضف 160 - الى طرفي المتباينة

$8w + 160 \leq 880$

اقسم طرفي الميتباينة على 8

$8w \leq 720$

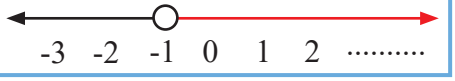
$w \leq 90$

يستطيعُ كلّ جنديَ أن يحمل 90kg من الوزن الأضافي الى المروحية

مثال (2) حلّ المتباينات التاليةِ في R باستعمال خصائص ومثّله على مستقيمِ الأعدادِ :

i) $3(y-2) \leq 6- \sqrt[3]{27} \Rightarrow 3y- 6 \leq 3 \Rightarrow 3y \leq 9 \Rightarrow y \leq 3$

ii) $\frac{1}{2}(x - \frac{4}{3}) + \frac{1}{2}x > -\frac{10}{6} \Rightarrow \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}x > -\frac{10}{6} + \frac{4}{6} \Rightarrow x > -1$



مثال (3) حلّ المتباينات التاليةِ في R باستعمال خصائص المتباينات على الأعدادِ الحقيقيةِ :

i) $5(z -\sqrt{3}) \geq 10(2 -\sqrt{3}) \Rightarrow z -\sqrt{3} \geq 4 -2\sqrt{3} \Rightarrow z \geq 4 -2\sqrt{3} +\sqrt{3} \Rightarrow z \geq 4- \sqrt{3}$

ii) $\frac{1}{3}v + \sqrt[3]{-27} - \frac{4}{3}v < |-3| \Rightarrow \frac{1}{3}v - \frac{4}{3}v - 3 < 3 \Rightarrow - v < 6 \Rightarrow v > -6$

iii) $9 - \sqrt[3]{-8} > 5(x -1) \Rightarrow 9 +2 > 5x -5 \Rightarrow 11 > 5x -5 \Rightarrow 16 > 5x \Rightarrow x < \frac{16}{5}$

iv) $\frac{-4}{7}(\frac{7}{2}h + \frac{14}{8}) < 0 \Rightarrow \frac{-4}{7} \times \frac{7}{2}h + \frac{-4}{7} \times \frac{14}{8} < 0 \Rightarrow -2h -1 < 0 \Rightarrow -2h < 1 \Rightarrow h > \frac{-1}{2}$

[4-5-2] حلّ المتباينات الجبريةِ متعددةِ الخطواتِ والتي تتضمن متغيراً في طرفيها :
Solving Multi-step Algebraic Inequalities Which has variable in both sides

لحلّ المتباينات الجبريةِ متعددةِ الخطواتِ والتي تتضمن متغيراً في طرفيها أتبع ما يأتي :

1- استعملْ خاصيةَ التوزيعِ للتخلّص من الأقواس إنْ وجدتْ. 2- احصرِ المتغير في طرفٍ واحدٍ من المتباينة.

3- استعملْ ترتيبَ العملياتِ لتبسيط المتباينة. 4- استعمل الخصائص لايجاد مجموعةِ الحلّ للمتباينةِ.

مثال (4) **حيواناتٌ:** وزنُ الدبّ 600kg قبل مرحلة السباتِ ، وزنه الطبيعي لا يقل من 440kg ،يمكن أن يفقد من وزنه 8kg في الأسبوعِ عند السباتِ. فكم اسبوعاً يستطيعُ أن يصمد في السباتِ ليصل الى وزنه الطبيعيّ؟

نفرضُ ان المتغير x يمثل عدد الاسابيع

اكتبُ المتباينة التي تمثل المسألة $600 - 8x \geq 440$

اضف الى طرفي المتباينة -600 $-8x \geq 440 - 600$

اقسم طرفي المتباينة على - 8 $-8x \geq -160$

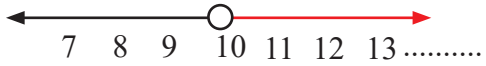
$x \leq 20$

يستطيعُ الدبّ أن يصمدَ 20 اسبوعاً على الاكثر.

مثال (5) حلّ المتباينات التاليةِ في R باستعمالِ الخصائص ومثّله على مستقيمِ الأعدادِ:

i) $\frac{2x}{5} < 4(x-9) \Rightarrow \frac{2x}{5} < 4x-36 \Rightarrow 2x < 20x-180$

$\Rightarrow 180 < 18x \Rightarrow 10 < x \Rightarrow x > 10$



ii) $3(y-2) \leq 5(2-y) \Rightarrow 3y-6 \leq 10-5y$

$\Rightarrow 3y+5y \leq 10+6 \Rightarrow 8y \leq 16 \Rightarrow y \leq 2$

مثال (6) حلّ المتباينات التاليةِ في R باستعمالِ الخصائص المتباينات على الأعدادِ الحقيقيةِ:

i) $8(t-3) < 7(t-5) \Rightarrow 8t-24 < 7t-35 \Rightarrow 8t-7t < 24-35 \Rightarrow t < -11$

ii) $\frac{-2x}{5} \leq \frac{x}{7} \Rightarrow 7(-2x) \leq 5x \Rightarrow -14x \leq 5x \Rightarrow 0 \leq 5x+14x \Rightarrow 0 \leq 19x \Rightarrow x \geq 0$

iii) $\frac{1}{4}(z+4) > \frac{1}{2}(\sqrt{2}-z) \Rightarrow \frac{1}{4}z+1 > \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{2}z \Rightarrow \frac{1}{4}z+\frac{1}{2}z > \frac{1}{\sqrt{2}} - 1$

$\Rightarrow \frac{3}{4}z > \frac{1-\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \Rightarrow z > \frac{4-4\sqrt{2}}{3\sqrt{2}}$

iv) $\frac{h}{4}+\frac{1}{3} \geq \frac{h}{2}-\frac{1}{3} \Rightarrow \frac{1}{3}+\frac{1}{3} \geq \frac{h}{2}-\frac{h}{4} \Rightarrow \frac{2}{3} \geq \frac{h}{4} \Rightarrow 8 \geq 3h \Rightarrow \frac{8}{3} \geq h$

v) $\frac{7}{\sqrt[3]{-27}} - 2y \leq \frac{2}{3} - y \Rightarrow \frac{7}{-3} - 2y \leq \frac{2}{3} - y \Rightarrow \frac{7}{-3} - \frac{2}{3} \leq 2y - y \Rightarrow \frac{-9}{3} \leq y$

$\Rightarrow -3 \geq y$

تَأكَّدْ من فهمِكَ

حلّ المتباينات التالية في R باستعمال الخصائص ومثّله على مستقيم الاعداد:

الأسئلة (1 - 4) مشابه للامثلة (2،5)

1 $5(x-1) \leq 8 - \sqrt[3]{-8}$

2 $\frac{1}{3}(z - \frac{7}{2}) + \frac{1}{3}z \geq -\frac{23}{6}$

3 $\frac{t}{2} > 2(\frac{1}{\sqrt{16}} - t)$

4 $7(n - 1) \leq 9(1 - n)$

حلّ المتباينات التالية في R باستعمال خصائص المتباينات على الأعداد الحقيقية :

الأسئلة (5 - 8) مشابه للمثال (3)

5 $2(x - \sqrt{5}) \leq 11(1 - \sqrt{5})$

6 $\frac{1}{2}y - \sqrt[3]{-8} - \frac{3}{2}y < |-7|$

7 $12 - \sqrt[3]{-125} \geq 6(z - 1)$

8 $\frac{-5}{7}(\frac{7}{3}m + \frac{14}{5}) > 0$

الأسئلة (9 - 14) مشابهة للمثالين (3،6)

9 $6(4 - h) \leq 7(h - 5)$

10 $\frac{-3z}{7} \geq \frac{1}{7} + z$

11 $\frac{1}{9}(x - \sqrt{2}) < \frac{1}{3}(\sqrt{2} - x)$

12 $\frac{n}{6} + \frac{3}{2} > \frac{n}{3} - \frac{1}{3}$

13 $\frac{5}{\sqrt[3]{-8}} - 4k \leq \frac{5}{2} - k$

14 $\frac{1}{2}(y - 3) \geq \frac{1}{4}(\sqrt{2} + y)$

تدربْ وحلّ التمرينات

حلّ المتباينات التالية في R باستعمال خصائص المتباينات على الأعداد الحقيقية :

15 $7(y+3) < 9 - \sqrt[3]{-27}$

16 $\frac{1}{7}(t - \frac{1}{8}) + \frac{1}{7}t \geq -\frac{6}{7}$

17 $\frac{x}{5} \leq 4(\frac{1}{\sqrt{36}} - 2x)$

18 $8(h + 3) > 12(1 - h)$

19 $5(z - \sqrt{3}) < 7(1 - \sqrt{3})$

20 $\frac{1}{6}m - \sqrt[3]{-27} - \frac{2}{3}m \leq |-9|$

21 $14k - \sqrt[3]{-64} \geq 7(k - 1)$

22 $\frac{-8}{3}(\frac{6}{8}x + \frac{3}{4}) > 0$

23 $9(3 + y) < 6(y - 4)$

24 $\frac{-2n}{7} \geq \frac{3}{5} + n$

25 $\frac{1}{6}(z - \sqrt{3}) \leq \frac{1}{6}(\sqrt{3} - z)$

26 $\frac{h}{4} + \frac{2}{3} < \frac{h}{3} + \frac{4}{3}$

27 $\frac{8}{\sqrt[3]{-125}} - 2x > \frac{2}{5} - x$

28 $\frac{1}{9}(y+ 6) \geq \frac{1}{6}(\sqrt{6} - y)$

تدربْ وحلّ مسائلَ حياتيةً

29 **حديقةُ الحيوانِ:** باعَ شباكُ التذاكرِ في حديقة الحيوان تذاكر بمبلغ 450000 دينار بسعر التذكرة 500 دينار لحدّ الظهر، ويحتاجُ شباكُ التذاكر الى مبلغ 1850000 دينار يومياً لتغطيةِ نفقاتهِ التشغيليةِ. ما أقلُّ عددٍ من التذاكرعليه بيعها لتغطيةِ النفقاتِ التشغيليةِ؟

30 **كرةُ السلةِ:** ضمنُ مباريات الدوريِّ لكرة السلة فاز الفريق الأصفرفي 22 مباراة وخسر 10 مباريات وبقى أمامه 40 مباراة ليخوضَها. ما أقلُّ عددٍ من المبارياتِ الباقية التي ينبغي للفريقِ الفوز بها، لكي يفوزَ بأكثرِ من نصف العدد الكليّ من المبارياتِ ؟

31 **طائراتٌ ورقيةٌ:** تريدُ نادية عمل طائرةٍ ورقيةٍ من قطعةٍ ورقيةِ مستطيلةِ الشكل يزيدُ طولُها بمقدار 15cm على عرضِها. ما اقلُّ طولِ للقطعةِ الورقيةِ بحيث يكون محيطُها أكبر من 130cm؟

فَكِّر

تحدٍّ: حلّ المتباينات الآتية:

32 $\frac{1}{2}x + \sqrt[3]{-125} - \frac{5}{2}x > |-6|$

33 $(\frac{3}{5}y - \frac{1}{3})(5+\sqrt[3]{-125}) \geq 2y$

34 **أصحِّح الخطأ:** حلتْ وردة المتباينةَ الآتية: $\frac{5}{3}(\frac{h}{5}+\frac{3}{4}) \leq \frac{5}{4} - 2$

وكتبت مجموعةَ الحلِّ هي : $\{-6,-5,-4, \dots\}$ حددِّ خطأ وردة وصحِّحه

35 **حِسٌّ عدديٌّ:** أثبتْ أنّ قيم z التي تجعل المتباينة التالية صحيحة هي اعدادٌ سالبةٌ فقط.

$$7z - \frac{1}{7} < |-\frac{1}{7}| - \frac{4}{14}$$

أُكتبِ

مسألةً حياتيةً تمثلُ المتباينةَ الآتية :

$$(x + 6) \leq 40$$

اختبارُ الفصلِ

Chapter Test

حلّ المعادلاتِ التاليةِ باستعمالِ الخصائص الأعدادِ الحقيقيةِ وتحقّقْ من صحةِ الحلّ :

1 $z = \sqrt[3]{-8} + 2z$

2 $4m - 5\sqrt{3} = 3m + 6\sqrt{3}$

3 $\sqrt{36}\,h = |-16| + 5h$

4 $3z \div 21 = \frac{1}{7}$

5 $\sqrt[3]{125}\,x \div |-9| = 5^2$

6 $\sqrt{3}\,x \div 9 = \sqrt{3} \div 3$

7 $\frac{\sqrt{5}\,h}{2} = \frac{1}{\sqrt{5}}$

8 $\frac{9y}{2\sqrt[3]{4}} = \frac{18}{4}$

9 $6z \div 13 = 5z \div 13$

10 $8(h - 1^2) = \frac{1}{2}h - 6$

11 $5\sqrt{3} - z = z - 7\sqrt{3}$

12 $\sqrt{64}\,y = 10(y-1) + 3^2$

حلّ المعادلاتِ التاليةِ في R باستعمالِ الخصائصِ :

13 $3(x-10) = 2(x+10)$

14 $\sqrt[3]{-8}\,y \div |-8| = 4\sqrt{2}$

15 $\frac{1}{3}(z-7) + \frac{7}{3} = \frac{1}{5}(z - 10)$

16 $\frac{t}{8+\sqrt[3]{-27}} = \frac{6t}{5}$

17 $|y - 12| = 7$

18 $|2v - 5| = \sqrt{36}$

19 $|\frac{1}{3}n + 8| = \sqrt[3]{-125}$

20 $|7x - 14| = |-18|$

21 $|z - \sqrt{3}| = 4\sqrt{3}$

حلّ المعادلاتِ التالية في R باستعمال الجذرِ التربيعيّ :

22 $x^2 = 64$

23 $9y^2 = 1$

24 $12t^2 = 4$

25 $n^2 - 5 = 20$

26 $7 - z^2 = -42$

27 $\frac{1}{4}k^2 = 9$

28 $y^2 = \frac{4}{9}$

29 $h^2 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$

حلّ المعادلاتِ التالية في R باستعمال خاصيةِ الضربِ الصفريّ:

30 $(y - 4)(y + 4) = 0$

31 $(z-7)(z-7) = 0$

32 $(x + \sqrt{5})(x - \sqrt{3}) = 0$

33 $(\sqrt{2} - h)(\sqrt{2} + h) = 0$

34 $(4t+8)(3t-7) = 0$

35 $z^2 - z = 0$

36 $\sqrt{8}\,x^2 + 2x = 0$

37 $3\sqrt{7}\,n^2 - 3\sqrt{7}\,n = 0$

38 $\frac{1}{5}y^2 - \frac{1}{5}y = 0$

حلّ المتباينات التالية باستعمال خصائص المتباينات على الأعدادِ الحقيقيةِ:

39 $2(x - \sqrt{2}) \geq x - \sqrt{2}$

40 $9z + \sqrt[3]{-27} < 10z - \sqrt[3]{125}$

41 $5(\frac{1}{2}y - \frac{3}{10}) \leq 0$

42 $\frac{t}{-7} - 1 > \frac{-1}{14}$

43 $\frac{2m}{9} - \frac{1}{9} \leq \frac{1}{9}$

44 $3(x+7) < 6 - \sqrt[3]{-64}$

45 $\frac{1}{6}(z - \frac{12}{5}) + \frac{5}{6}z \geq -\frac{3}{5}$

46 $\frac{y}{4} \leq 2(\frac{1}{\sqrt{16}} - \frac{1}{8}y)$

47 $5(x+1) > 2(1-x)$

48 $\frac{1}{3}(h - \sqrt{2}) \leq \frac{2}{3}(\sqrt{2} - h)$

49 $\frac{m}{6} + \frac{2}{5} < \frac{m}{3} - \frac{4}{5}$

50 $\frac{9}{\sqrt[3]{-27}} - 5y > \frac{1}{5} - y$

الفصلُ 5

الهندسة والقياس Geometry and Measurement

الدرس 5-1 علاقةُ الزوايا والمستقيمات (نظرياتٌ)

الدرس 5-2 تطابقُ المثلثاتِ

الدرس 5-3 خواصُّ المثلثاتَ (متساوي الساقين، متساوي الاضلاع ، قائم الزاوية)

الدرس 5-4 متوازي الأضلاع والمعينُ وشبهِ المنحرف

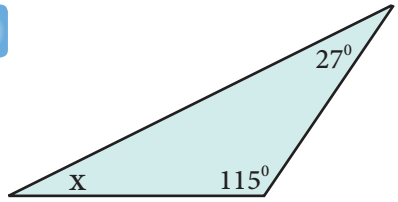
الدرس 5-5 الاسطوانةُ والكرةُ (الخصائصُ ، المساحة السطحيةُ ، الحجمُ)

الدرس 5-6 مساحةُ الاشكالِ المركبةِ المنتظمةِ وغير المنتظمةِ

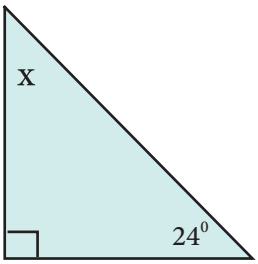
يمثلُ نصبُ (انقاذ العراق) للفنان الراحل محمد غني حكمت الموجودُ في ساحةِ الفارسِ العربيّ بمنطقة المنصورِ، الختم السومري الاسطواني المائل الذي يستندُ الى سواعدِ عراقيةٍ بإرتفاعِ ستةِ امتار تمثل صمودَ العراقيينِ في مواجهةِ كل التحديات لما يمتلكه من حضارةٍ ومجدٍ وتاريخ منذ أقدمِ العصورِ ارتفاعُ هذا النصبِ مع القاعدةِ يَبلغ 10m .

جد قيمة الزاوية المجهولة في كل من المثلثات المبينة في الاشكالِ الاتيةِ :

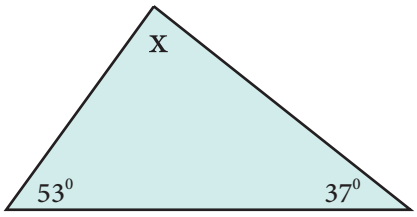
1



2

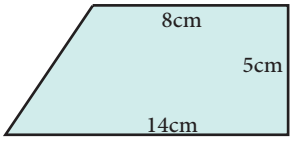


3

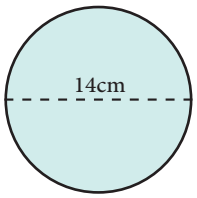


احسب مساحة المنطقة المظللة في الاشكالِ المستويةِ الاتية:

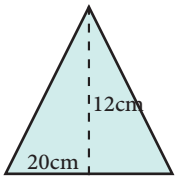
4



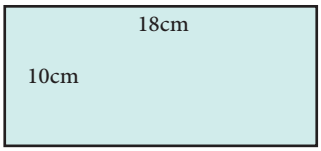
5



6



7



أكتبْ صحيحاً أو غيرَ صحيحٍ لكلٍّ من العباراتِ الاتية :

8 المستقيمان المتوازيان لا يلتقيان أبداً.

9 المستقيمان المتعامدان لا يوجد بينهما نقطة التقاء.

10 المستقيمان المتوازيان البعد بينهما ليس ثابتاً.

11 المستقيمان المتعامدان يشكلان بينهما زاوية قائمة

اكملِ الفراغاتِ الاتية :

12 الزاويتان المتكاملتان يكون مجموع قياسهما .....

13 الزاويتان المتتامتان يكون مجموع قياسهما .....

14 تكون الزاويتان المتبادلتان ..... بالقياس .

15 مجموع زوايا المثلث ..... .

16 يريدُ أحمد رصف ساحة مربعة الشكل طول ضلعها **9m** ببلاط مربع مساحة البلاطة الواحدة $0.25m^2$ أحسب عدد البلاطات اللازمة لإنجاز عملية الرصف .

الدرسِ [5-1]

علاقةُ الزوايا والمستقيمات (نظرياتٌ)

Relation of angles and straight lines (theorems)

فَكِّرْ: التعرفُ الى علاقة الزوايا المتبادلةِ والمتناظرةِ والداخليةِ وبالعكسِ.

المفردات

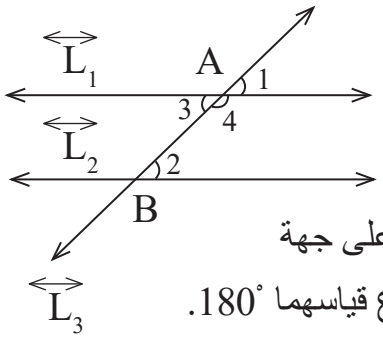
- الزوايا المتناظرة
- الزوايا المتبادلة
- الزوايا الداخلية

تَعَلَّم

الشكل المجاور فيه $\overleftrightarrow{L_1} // \overleftrightarrow{L_2}$ ، $\overleftrightarrow{L_3}$

يقطع كل من المستقيمين المتوازيين في النقطتين A,B

* تسمى الزاويتان 1,2 زاويتان متناظرتان وتكونان متساويتان بالقياس .
* تسمى الزاويتان 2,3 زاويتان متبادلتان وتكونان متساويتان بالقياس .
* تسمى الزاويتان 2,4 زاويتان داخليتان وعلى جهة واحدة من القاطع متكاملتان ويكون مجموع قياسهما 180°.

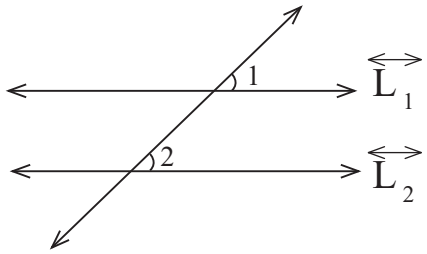


تعلمتَ سابقاً أنه أذا قُطع مستقيمان متوازيان بمستقيم ثالث فالزوايا الناتجة : متقابلةٌ بالرأس، متبادلةٌ ، متناظرةٌ ، متساويةٌ بالقياسِ .في هذا الدرس سنتعلمُ متى يكون المستقيمان متوازيين .

*** عكسُ مبرهنةِ الزوايا المتناظرةِ:**

« أذا قطع مستقيم مستقيمين في المستوى نفسه وكانت الزاويتان المتناظرتان متساويتان بالقياس فإن المستقيمين متوازيان »

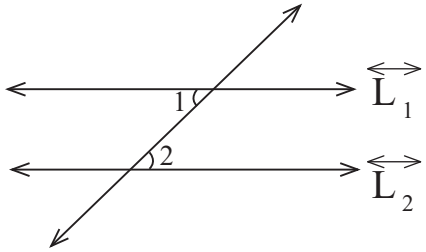
أذا كان : $m\angle 1 = m\angle 2$ **المتناظرتان فإن** $\overleftrightarrow{L_1} // \overleftrightarrow{L_2}$



*** عكسُ مبرهنةِ الزوايا المتبادلةِ:**

« أذا قطعَ مستقيم مستقيمين في المستوي نفسه وكانت الزاويتان المتبادلتان متساويتان بالقياس فأن المستقيمين متوازيان »

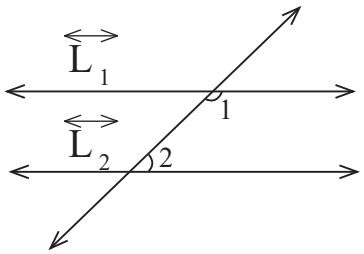
أذا كان : $m\angle 1 = m\angle 2$ **المتبادلتان فإن** $\overleftrightarrow{L_1} // \overleftrightarrow{L_2}$



*** عكسُ مبرهنةِ الزوايا الداخليةِ:**

« أذا قطعَ مستقيمٌ مستقيمين في المستوي نفسه وكانت الزاويتان الداخليتان متكاملتان وعلى جهةٍ واحدةٍ من القاطع فإن المستقيمين متوازيين »

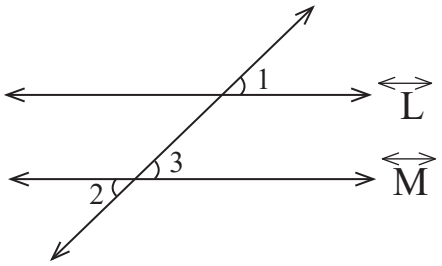
أذا كان : $m\angle 1 + m\angle 2 = 180^\circ$. **داخليتان فإن** $\overleftrightarrow{L_1} // \overleftrightarrow{L_2}$



مثال (1)

استعمل المعطيات في الشكل المجاور :

اذا $m\angle 1 = m\angle 2$ **بين أن** $\overleftrightarrow{L} // \overleftrightarrow{M}$.



الحل :

$m\angle 1 = m\angle 2$ معطى

$m\angle 2 = m\angle 3$ زاويتان متقابلتان بالرأس

$m\angle 1 = m\angle 3$ (أذا ساوت كميتان كمية واحدة فالكميتان متساويتان)

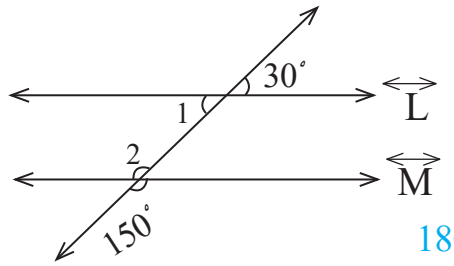
$\angle 1 , \angle 3$ زاويتان متناظرتان

أذن $\overleftrightarrow{L} // \overleftrightarrow{M}$ عكس مبرهنة الزوايا المتناظرة

مثال (2)

استعمل المعطيات في الشكل المجاور وبين أن $\overleftrightarrow{L} // \overleftrightarrow{M}$.

الحل :



$m\angle 1 = 30^\circ$. زاويتان متقابلتان بالرأس

$m\angle 2 = 150^\circ$. زاويتان متقابلتان بالرأس

الزاويتان 1 ,2 داخليتان وعلى جهة واحدة من القاطع ومجموعهما 180°

أذن $\overleftrightarrow{L} // \overleftrightarrow{M}$ عكس مبرهنة الزوايا الداخلية

مثال (3)

استعمل المعطيات في الشكل المجاور :

حيث $m\angle 1 = m\angle 3$ ، $\overleftrightarrow{K} // \overleftrightarrow{V}$ **بين أن** $\overleftrightarrow{L} // \overleftrightarrow{M}$.

الحل :

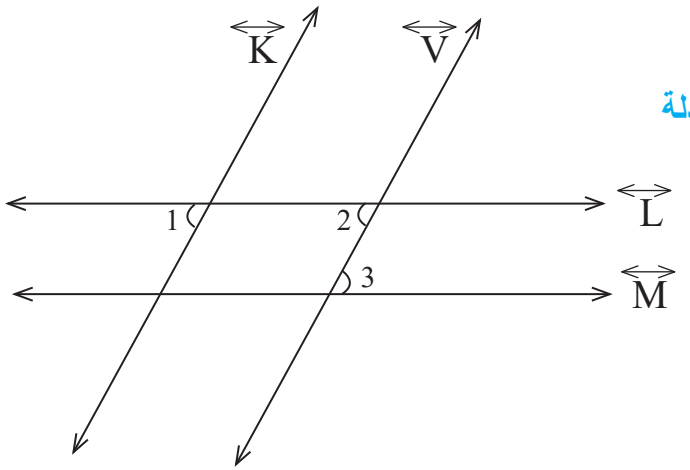
$m\angle 1 = m\angle 3$ معطى

$m\angle 1 = m\angle 2$ زاويتان متناظرتان

$m\angle 2 = m\angle 3$ (أذا ساوت كميتان كمية واحدة فالكميتان متساويتان)

$\angle 2 , \angle 3$ زاويتان متبادلتان

أذن $\overleftrightarrow{L} // \overleftrightarrow{M}$ عكس مبرهنة الزوايا المتبادلة

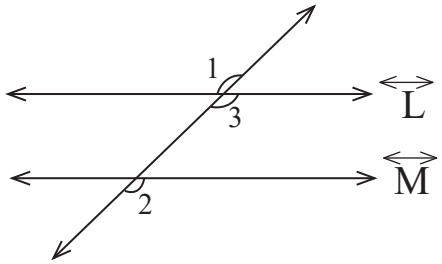


تأكَّدْ من فهمِكَ

استعمل المعطيات وعكس المبرهنات لتبين أنّ :

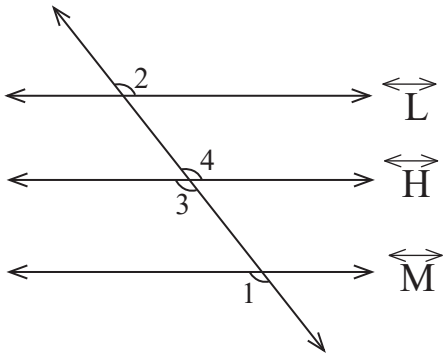
1 أذا كان $m\angle 1 = m\angle 2$

فأن : $\overleftrightarrow{L} // \overleftrightarrow{M}$



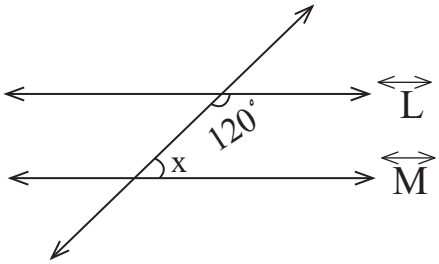
2 اذا كان $\overleftrightarrow{L} // \overleftrightarrow{H} // \overleftrightarrow{M}$

فأن: $m\angle 1 = m\angle 2$



3 اذا كان $X=15\ a\ ,\ a = 4$

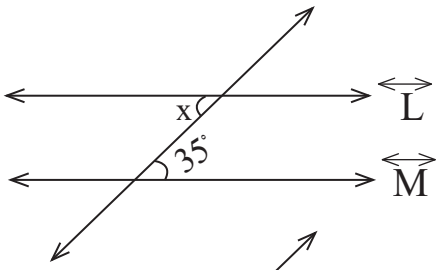
فأن : $\overleftrightarrow{L} // \overleftrightarrow{M}$



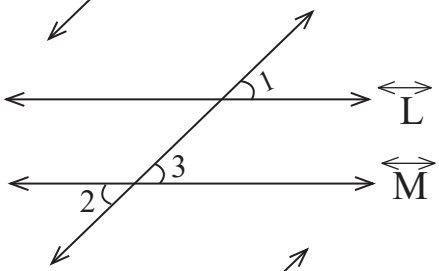
تدربْ وحلّ التمرينات

استعمل المعطيات وعكس المبرهنات لتبين أنّ $\overleftrightarrow{L} // \overleftrightarrow{M}$

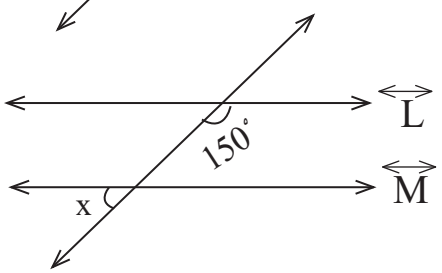
4 $X=7a\ ,\ a = 5$



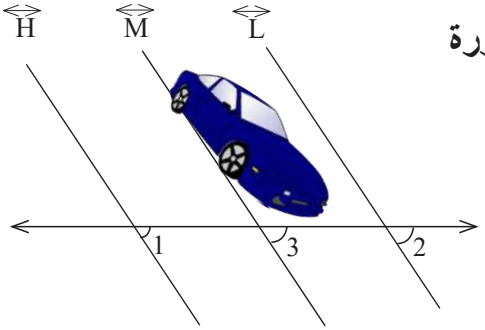
5 $m\angle 1 = m\angle 2$



6 $m\angle x = 30°$

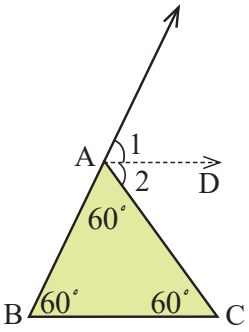


تدربْ وحلّ مسائلَ حياتيةً



7 **موقفُ سيارات:** أراد مهندس تخطيط موقف للسيارات بصورة متوازية . أستعمل المعطيات وعكس المبرهنات لتبين ان $\overleftrightarrow{H} \parallel \overleftrightarrow{M}$ وأن $m\angle 1 = m\angle 2$ حيث $\overleftrightarrow{L} \parallel \overleftrightarrow{M}$

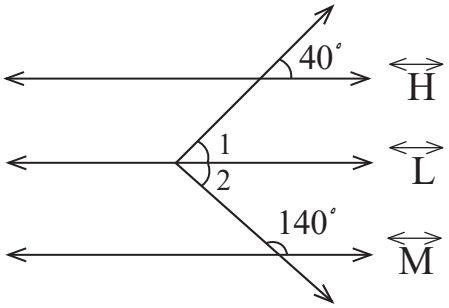
8 **رسمٌ:** رسم محمد المثلث المتساوي الأضلاع كما في الشكل المجاور



إذ $m\angle 1 = m\angle 2$

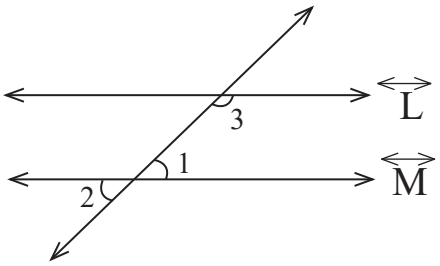
ساعدْ محمداً في إثبات أنّ $\overrightarrow{AD} \parallel \overline{BC}$.

فَكِّرْ



9 **تحدٍّ:** في الرسم المقابل $\overleftrightarrow{H} \parallel \overleftrightarrow{L}$, $m\angle 1 = m\angle 2$

برهن أن $\overleftrightarrow{L} \parallel \overleftrightarrow{M}$.



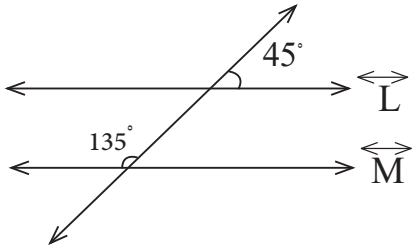
10 **أصححُ الخطأ :** رسم مهند الشكل المجاور وقال بما أن $m\angle 1 + m\angle 2 = 180°$ أذن $\overleftrightarrow{L} \parallel \overleftrightarrow{M}$ ؟

اكتشف الخطأ وصححه.

أُكتبْ

هل المعلوماتُ المعطاةُ في الشكلِ المجاورِ تسمح لك أن تستنتج أنّ $\overleftrightarrow{L} \parallel \overleftrightarrow{M}$ ؟

وضح ذلك.



الدرسِ [5-2]

تطابق المثلثات

Congruence of Triangles

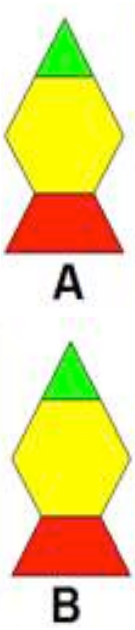
فَكِّرْ

- التعرف الى مفهوم التطابق وحالات تطابق المثلثات.

المفردات

- التطابق.
- عناصر المثلث الستة.
- ضلعان وزاوية محددة بهما.
- زاويتان وضلع محدد بهما.
- ثلاثةُ أضلاعٍ.

تَعَلَّمْ



يُبين الشكل المجاور شكلين متطابقيـن ونقصد بذلك ان كلاً من الشكلين المتطابقين هو نسخه طبق الاصل من الآخر. فقولنا ان الشكل A ينطبق على الشكل B يعني ان الشكل A نسخة اخرى من الشكل B .القطع المستقيمة تتطابق اذا كان لها القياس نفسه اي الطول نفسه وتتطابق الزوايا اذا كان لها القياس نفسه وتتطابق المضلعات اذا امكن وضع احدهما على الاخربحيث تنطبق رؤوس كل مضلع على الاخر

نستخدم الرمز ≅ للدلالة على التطابق .

[5-2-1] مفهومُ تطابقِ مثلثين

Concept of Congruence of Two Triangles

من المعلوم أنَّ للمثلث ثلاثة اضلاع وثلاث زوايا (تسمى عناصر المثلث الستة) ، يتطابق المثلثان اذا كان لكل عنصر من العناصر الستة من احد المثلثين عنصر يطابقه من المثلث الآخر ، والعكس صحيح ايضاً اي : اذا تطابق مثلثان فان لكل عنصر من العناصر الستة من احد المثلثين عنصرا يطابقه من المثلث الأخر يسمى (نظيره) ، واذا تطابق مثلثان فان مساحة سطح المثلث الاول تساوي مساحة سطح المثلث الثاني .

[5-2-2] حالاتُ تطابقِ مثلثين

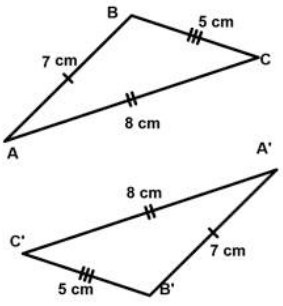
Cases of Congruence of Two Triangles

ليس من الضروري اثبات تطابق العناصر الستة من احد المثلثين مع نظائرها من المثلث الثاني بل يكفي معرفة 3 عناصر (بينها ضلع على الاقل) من احد المثلثين مع نظائرها من المثلث الاخر . وفيما يلي الحالات التي يتطابق فيها المثلثين:

الحالة الاولى : (تطابق الاضلاع الثلاثة) يتطابق المثلثان اذا تطابقت أضلاع المثلث الاول مع نظائرهما من المثلث الثاني.

مثال (1)

في الشكل المجاور :

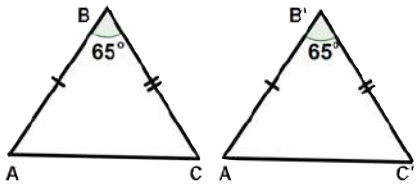


* الضلع $\overline{AB}$ ينطبق على الضلع $\overline{A'B'}$. ($\overline{AB} \cong \overline{A'B'}$)
* الضلع $\overline{AC}$ ينطبق على الضلع $\overline{A'C'}$. ($\overline{AC} \cong \overline{A'C'}$)
* الضلع $\overline{BC}$ ينطبق على الضلع $\overline{B'C'}$. ($\overline{BC} \cong \overline{B'C'}$)

أي أن : $\triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$ (ض ض ض)

الحالة الثانية : (تطابقُ ضلعين والزاويةِ المحددةِ بينهما) يتطابق مثلثان اذا تطابق ضلعان وزاوية محددة بينهما مع نظائرهما من المثلث الاخر.

مثال (2) في الشكل المجاور :

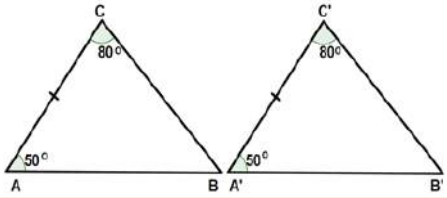


* الضلعُ $\overline{AB}$ ينطبق على الضلع $\overline{A'B'}$ ، ($\overline{AB} \cong \overline{A'B'}$)
* الضلعُ $\overline{BC}$ ينطبق على الضلع $\overline{B'C'}$ ، ($\overline{BC} \cong \overline{B'C'}$)
* الزاويةُ ABC تنطبق على الزاوية $A'B'C'$ ، ($\angle ABC \cong \angle A'B'C'$)

أي أن : $\triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$ (ض ز ض)

الحالة الثالثة : (تطابق زاويتين والضلع المحدد بينهما) يتطابق مثلثان اذا تطابقت زاويتان والضلع المحدد بينهما (الواصل بينهما) مع نظائرهما من المثلث الاخر.

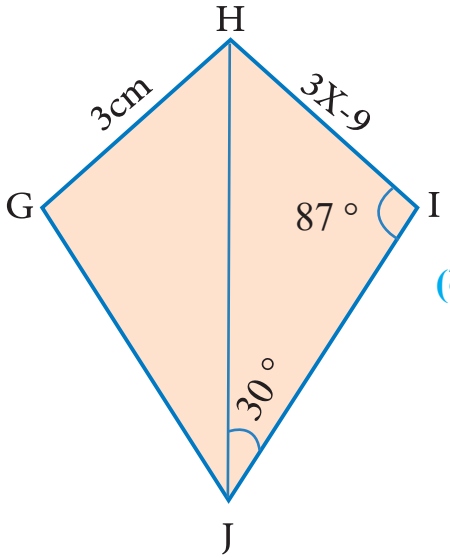
مثال (3) في الشكل المجاور :



* الزاوية BAC تنطبق على الزاوية $B'A'C'$ ، ($\angle BAC \cong \angle B'A'C'$)
* الزاوية ACB تنطبق على الزاوية $A'C'B'$ ، ($\angle ACB \cong \angle A'C'B'$)
* الضلع $\overline{AC}$ ينطبق على الضلع $\overline{A'C'}$ ، ($\overline{AC} \cong \overline{A'C'}$)

أي أنّ : $\triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$ (زض ز)

مثال (4) في الشكل المجاور :



* جِدْ قيمة X التي تجعل $\Delta IHJ \cong \Delta GHJ$.
* اذا كان قياس $\angle HIJ$ يساوي 87° فما قياسُ $\angle HGJ$ ؟
* اذا كان قياس $\angle IJH$ يساوي 30° فما قياسُ $\angle HJG$ ؟

* $3X-9 = 3$ من خواص التطابق (تساوي الأضلاع المتناظرة)
$3X = 3 + 9$ علاقة الجمع بالطرح
$3X = 12$ تبسيط
$X = 4$ الناتج

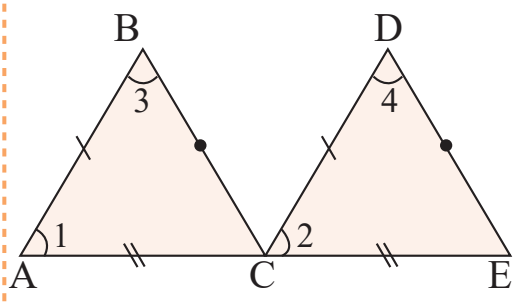
* $m\angle HGJ = m\angle HIJ$ من خواص التطابقِ (تساوي الزوايا المتناظرة)
اذن: $m\angle HGJ = 87°$ بالتعويضِ

* $m\angle HJI = m\angle HJG$ من خواص التطابقِ (تساوي الزواياالمتناظرة)
اذن: $m\angle HJG = 30°$ بالتعويضِ

تأكَّدْ من فهمِكَ

1 لاحظ الشكل المجاور أذا كان $\Delta ABC \cong \Delta CDE$ أكمل الجدول:

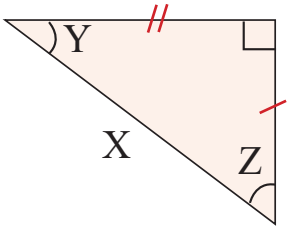
الأسئلة : (3 - 1)
مشابه للأمثلة (3 - 1)

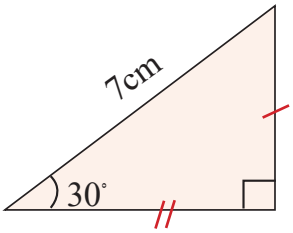


حالة التطابق	العناصر المتطابقة
	$m\angle 1 = m\angle 2 , m\angle 3 = m\angle 4$ $AB = CD$
	$m\angle 1 = m\angle 2 , AB = CD$ $AC = CE$
	$AB = CD , AC = CE$ $BC = DE$

2 جدْ قيمة X,Y ,Zالمؤشرة في الشكل المجاور علماً ان المثلثين متطابقان:

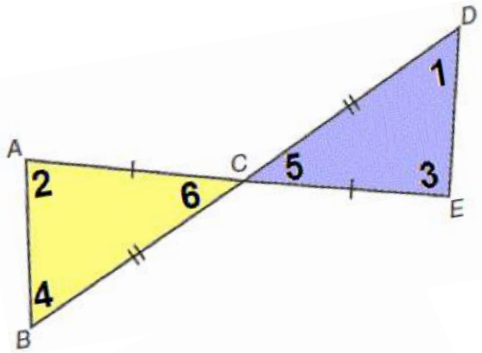
السؤال 4
مشابه للمثال 4



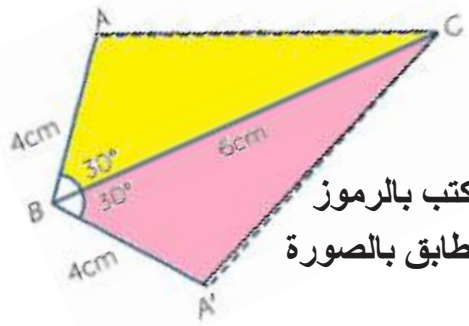


تدربْ وحلّ التمرينات

3 لاحظ الشكل المجاور $\overline{AB} // \overline{DE}$, $\Delta ABC \cong \Delta CED$ ، أكمل الجدول



حالةُ التطابقِ	العناصر المتطابقة
ضلعان وزاوية محددة بينهما	
زاويتان وضلعٌ محددّ بينهما	
ثلاثةُ أضلاع	



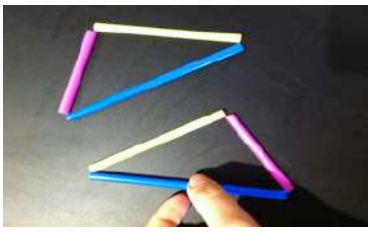
4 أنظر إلى المثلثين $A'B'C$, ABC في الشكل المجاور ثم اكتب بالرموز اسماء الزاويتين المتطابقتين والضلعين المتساويين ثم عبر عن التطابق بالصورة الرمزية وبين نوع التطابق .

تدربْ وحلّ مسائلَ حياتيةً

بناءٌ: انظر الى الشكل المجاورللنافذتين .

5 كم مثلثا متطابقا تستطيع ان تحصي ؟

6 اي نوع من التطابق بين المثلثات الموجودة فيها ؟



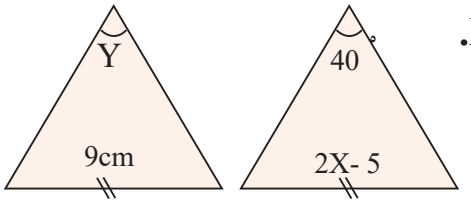
تسليةٌ: انظر الى المثلثين في الشكل المجاور

7 ما نوع التطابق بين المثلثين ؟

8 حاول (عملياً) باستخدام نفس الاسلوب اظهار بقية حالات التطابق .

9 **حديقةٌ:** حديقةٌ ازهار قسمت كما هو موضح بالشكلِ المجاورِ

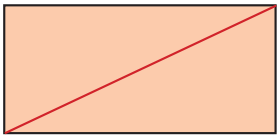
اثبت ان : $\Delta ADC \cong \Delta BCD$



10 **هندسةٌ:** من المثلثين المتطابقين المتجاورين جِدْ قيمة **X,Y**.

فَكِّرْ

11 **تحدٍّ:** هل يتطابق المثلثان القائما الزاوية اللذان يتساوى طولا وترٍ وأحدُ الضلعين القائمين في



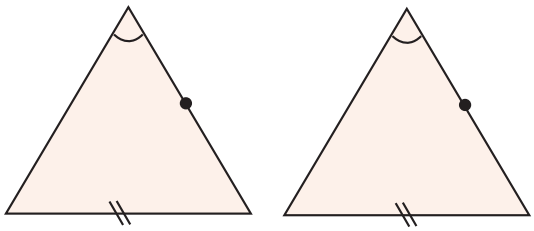
احدهما مع نظيريهما من المثلث الاخر؟ فسر أجابتك.

12 **مسألةٌ مفتوحةٌ :** وضح ما الفرق بين تطابق مثلثين وتشابه مثلثين ؟

13 **حسٌ عدديٌ :** اذا رسمنا قطر المستطيل تكون لدينا مثلثان ؟ هل المثلثان متطابقان ؟ لماذا ؟

14 **أصحح الخطأ:** قالت تمارة أن المثلثين كما مبين في الشكل أدناه متطابقان.

بيّن خطأ تمارة وصحّحه.



أُكتبْ

الحالاتِ التي لا يتطابقُ بها المثلثين وأعط امثلةً توضيحيه لها مع الرسمِ .

الدرسِ [5-3]

خواصُّ المثلثات (متساوي الساقين، متساوي الاضلاع ، قائم الزاوية)
Properties of Triangles (Isosceles triangle, Equilateral triangle and Right-angled triangle)

فَكِّرْ

الدرسِ

- التعرف الى خواص المثلثات (متساوي الساقين، متساوي الاضلاع، قائم الزاوية)

المفردات

- قاعدة المثلث
- زاوية الراس
- أرتفاع المثلث

تَعَلَّمْ

يمكنُ تصنيفُ المثلثاتِ تبعا لاطوال أضلاعها الى :

1 - مثلث متساوي الساقين

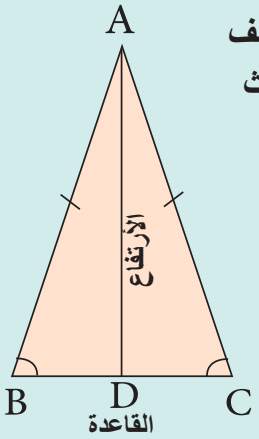
2 - مثلث متساوي الاضلاع

3 - مثلث قائم الزاوية

سنقوم بالتعرف على خواص كل منها بالتفصيل .

تعلمتَ سابقاً أنواع المثلثات حسب أطوال أضلاعها وبحسب قياسِ زواياها وفي هذا الدرس سنتعرف الى خواص مثلثٍ متساوي الساقين ومتساوي الأضلاع ومثلثٍ قائمِ الزاوية.

[5-3-1] خواصُّ المثلث المتساوي الساقين
Properties of Isosceles Triangle



المثلثُ المتساوي الساقين: هو مثلث فيه ضلعان متساويان ، يسمى الضلع الثالث المختلف بالطول عن الضلعين المتساويين بقاعدة المثلث كما تسمى النقطة المقابلة لقاعدة المثلث برأس المثلث .

خواصُّ المثلث المتساوي الساقين:

تتساوى قياس زاويتا القاعدة المقابلتين للضلعين المتساويين $m\angle B = m\angle C$,

ايُّ مثلث فيه زاويتان متساويتان يكون مثلث متساوي ساقين

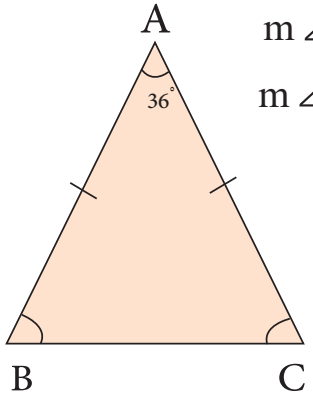
العمود النازل من راس المثلث المتساوي الساقين على القاعدة ينصفها وينصف زاوية الراس

$BD = DC$, $\overline{AD} \perp \overline{BC}$

مثال (1)

في الشكل المجاور اذا كان قياسُ $\angle BAC=36°$ ، وكان المثلث ABC متساوي الساقين

جِدْ قياسِ الزاويةِ ABC :



مثلث متساوي الساقين $AB=AC$ ،

$m\angle ABC = m\angle ACB = X$

مجموع زوايا اي مثلث تساوي $180°$ ،

$m\angle A + m\angle B + m\angle C = 180°$

بالتعويض

$36°+X+X=180°$

بالتبسيط

$36°+2X=180°$

علاقة الجمع بالطرح

$2X = 180° - 36° = 144°$

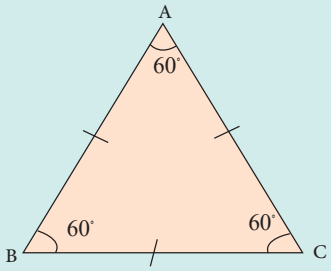
قسمة طرفي المعادلة على 2

$X = \frac{144}{2}$

$m\angle ABC = 72°$

[5-3-2] خواصُّ المثلثِ المتساوي الأضلاع
Properties of Equilateral Triangle

المثلث المتساوي الاضلاع : هو المثلث الذي تكون اضلاعه الثلاثة متساوية بالقياس ، ويمكن تسميته ايضاً بالمثلث المنتظم .

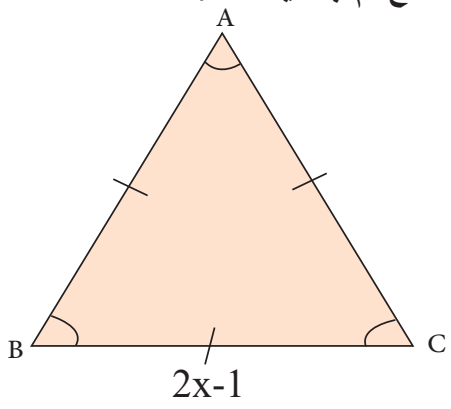


خواصُّ المثلث المتساوي الاضلاع .

- تكون جميع زواياه متساوية بالقياس وقياس كل منها يساوي 60° .
- اي مثلثٍ تكون جميع زواياه متساويةً بالقياس تتساوى قياسات جميع اضلاعه .

مثال (2)

في الشكل المجاور مثلث متساوي الاضلاع محيطه 57cm . جد طول كل ضلع ثم جد قيمة X .



طول الضلع = $\frac{\text{محيط المثلث متساوي الأضلاع}}{3} = \frac{57}{3} = 19$

ولإيجاد قيمة x :

أكتب معادلة السؤال: $2x-1=19$

علاقة الجمع بالطرح: $2x = 19 + 1$

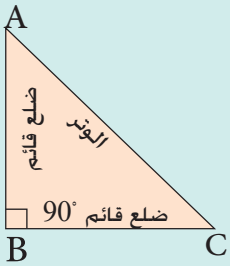
تبسيط: $2x = 20$

قسمة طرفي المعادلة على 2: $x = \frac{20}{2} = 10 \text{ cm}$

[5-3-3] خواصُّ المثلثِ القائم الزاوية
Properties of Right-Angled Triangle

المثلثُ القائم الزاوية: هو المثلث الذي يكون فيه ضلعان متعامدان اي أنّ (الزاوية بينهما قائمة وتساوي 90°)

نسمي الضلع المقابل للزاوية القائمة بـ (الوتر) وهو اطول اضلاع المثلث ، كما نسمي الضلعين الاخرين بالضلعين القائمين .



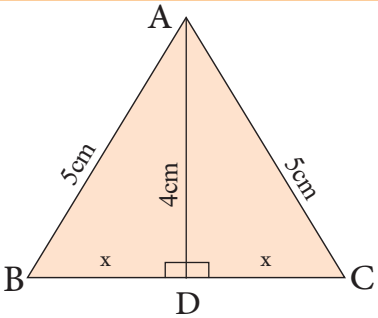
خواصُّ المثلث القائم الزاوية (مبرهنة فيثاغورس)

في أي مثلث قائم الزاوية يكون مجموع مربعي طول الضلعين القائمين مساويا لمربع طول الوتر.

يمكننا التعبيرعن هذه المبرهنة رياضياً كالاتي : $(AC)^2 = (AB)^2 + (BC)^2$

مثال (3)

أستعمل الشكل المجاور، وجد طول $\overline{BC}$



المعطيات: المثلث ABC متساوي الساقين $\overline{AD} \perp \overline{BC}$

(مبرهنة فيثاغورس) $(AC)^2 = (AD)^2 + (DC)^2$

بالتعويض $5^2 = 4^2 + X^2$

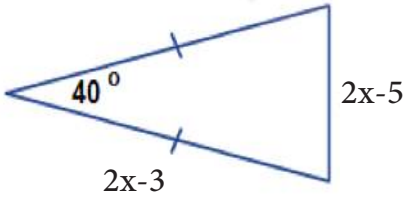
بالتبسيط $25 = 16 + X^2$

علاقة الجمع بالطرح ، الجذر التربيعي للطرفين $X^2 = 25-16 \Longrightarrow X^2 = 9 \Longrightarrow X=3 \text{ cm}$

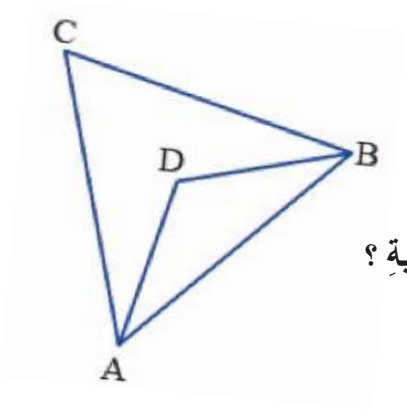
من المعطيات نجد أن طول الضلع $\overline{BC}$ يساوي 6cm (من خواص المثلث المتساوي الساقين)

تأكَّدْ من فهمِكَ

1 في المثلثُ المتساوي الساقين المجاورِ اذا علمت أنّ المحيط 19 cm .جد قيمة x ، وطول كل ضلعٍ وقياس الزاويتين الباقيتين .



2 المثلثُ ABC متساوي الاضلاع ، $\overline{BD}$ ، $\overline{AD}$ منصفان للزاويتين CAB و CBA جد قياس الزاوية ADB .

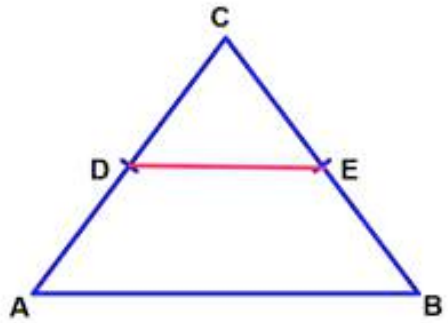


3 مثلثٌ اطوالُ اضلاعهِ 6 cm , 10 cm , 8 cm.هل المثلثُ قائمُ الزاويةِ ؟ وضح ذلك مع الرسمِ .

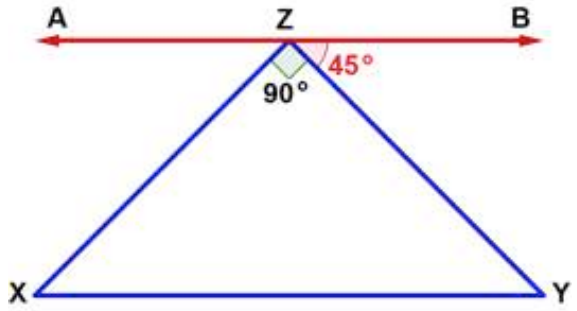
(الأسئلة : (3 - 1
مشابه للأمثلة (3 - 1)

تدربْ وحلّ التمرينات

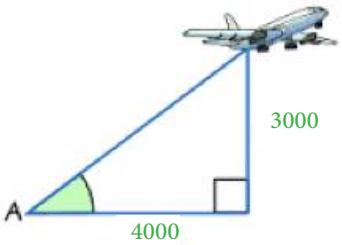
4 في الشكل المجاور $m\angle CAB = m\angle CBA$ $\overline{DE}$ توازي $\overline{AB}$. بين لماذا يكونُ المثلثُ CDE مثلثا متساوي الساقين ؟



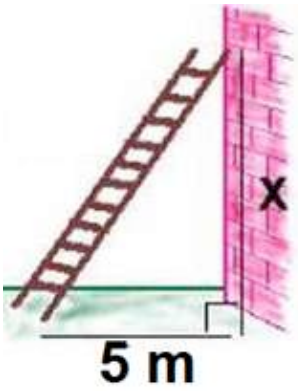
5 في الشكل المجاور ΔXYZ قائم الزاوية في Z ، رسم المستقيم AB ماراً بالرأس Z وموازياً للقاعدة $\overline{XY}$ ، $m\angle BZY = 45°$. اثبت أنّ المثلث XYZ متساوي الساقين .



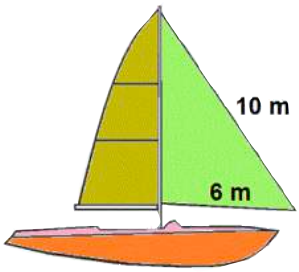
تدربْ وحلّ مسائلَ حياتيةً



6 **بناء:** في الشكل التوضيحي المجاور، جد المسافة بالأمتار بين الطائرة والنقطة A .

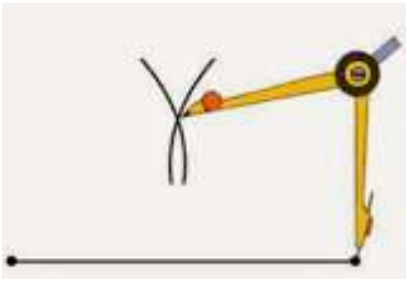


7 جد قيمة x في الشكل المجاور اذا علمت أنّ طول السلم 13m .



8 في القارب الشراعي الموضح في الشكل المجاور استخرج ارتفاع الجزء الاخضر من الشراع ثم احسب مساحته .

فَكِّرْ



9 **تحدٍّ:** باستخدام الفرجال والمسطرة حاول ان ترسم مثلثا متساوي الاضلاع طول ضلعه 4cm . (انظر للصورة واستنتج الطريقة) .

10 **مسألةٌ مفتوحةٌ:** ما قياس كل زاوية في مثلث قائم الزاوية ومتساوي الساقين ؟ وضح اجابتك بالرسم .

11 **حِسٌّ عدديٌّ :** هل يوجد مثلث قائم الزاوية متساوي الاضلاع في ان واحد ؟ وضح بامثلة عددية.

12 **أصحح الخطأ:** يدعي أحمد أنّ المثلث الذي أطوال أضلاعه 4cm , 3cm , 2cm يمثل أضلاعِ مثلثٍ قائم الزاوية ، أكتشف خطأ أحمد وصححه.

أُكتبْ

ثلاثةَ مجموعاتٍ من الأعدادِ الصحيحةِ الموجبةِ التي تنطبقُ عليها الصيغةُ الرياضية لمبرهنةِ فيثاغورس.

الدرسِ [5-4]

متوازي الأضلاعِ والمُعَيَّنْ وشبهُ المنحرفِ

Parallelogram ,Rhombus and Trapezoid

فَكِّرْ ةُ الدرسِ
- استعمالُ خصائصَ متوازي الاضلاع والمستطيل والمعين وشبه المنحرف في حل المسائل الهندسية

المفردات
- متوازي الاضلاع
- المعين
- شبهُ المنحرفِ

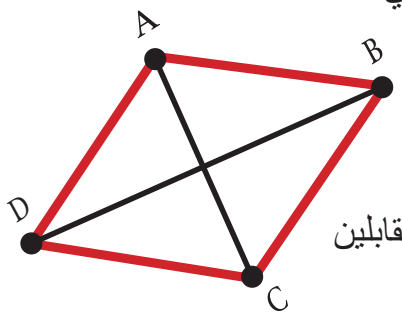
تَعَلَّمْ

الشكلُ الهندسيُ المجاورُ ABCD يمثلُ متوازي الأضلاع إذا :

1) $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$, $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$

2) $AB = CD$, $AD = BC$

ويسمى المستقيم الواصل بين كل راسين متقابلين بقطر متوازي الاضلاع $\overline{AC}$, $\overline{BD}$



[5-4-1] متوازي الاضلاعِ Parallelogram

تعرفت سابقا الى متوازي الاضلاع بأنه شكل رباعي كل ضلعين متقابلين فيه متوازيان ، والان سوف تتعرف الى مبرهنات وخصائص متوازي الاضلاع وكيفية استعمالها في حل المسائل الهندسية .

نظريات خصائص متوازي الاضلاع:

* **كل ضلعين متقابلين في متوازي الاضلاع يتطابقان** $AD = BC$,$AB = DC$
* **كل زاويتين متقابلتين في متوازي الاضلاع متساويتان بالقياس**

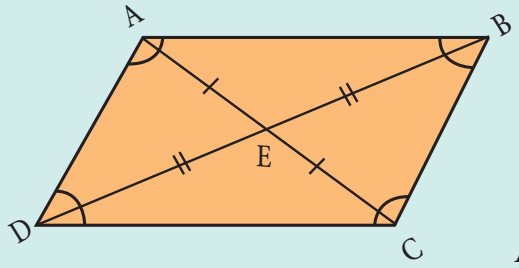
$m\angle A = m\angle C$, $m\angle B = m\angle D$

* **كل زاويتين متتاليتين في متوازي الاضلاع تتكاملان**

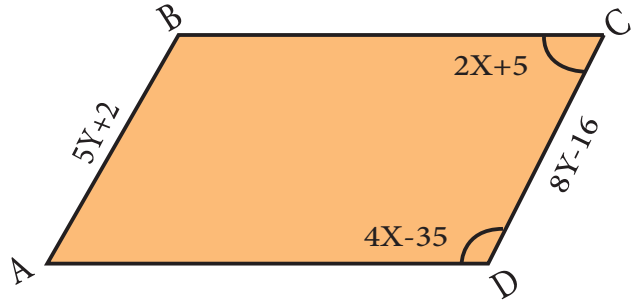
$m\angle A + m\angle D = 180^o$, $m\angle D + m\angle C = 180^o$

$m\angle C + m\angle B = 180^o$, $m\angle B + m\angle A = 180^o$

* **قطرا متوازي الاضلاع متناصفان** $AE = EC$, $BE = ED$
* **المثلثان DCB , DAB متطابقان ، المثلثان ABC, ADC متطابقان**
* **المثلثان ECD , EBA متطابقان ، المثلثان EBC, EAD متطابقان**



مثال (1) **أستعمل خصائص متوازي الاضلاع لايجاد قياسات زاويةِ C وزاويةِ D بالدرجات ، وطولُ كلّ من الضلع AB والضلع DC بالسنتمتر من الشكل المجاور .**



$m\angle C + m\angle D = 180^o$ زاويتان متكاملتان

$2x + 5^o + 4x - 35^o = 180^o$ بالتعويض بقيمة الزاوية

$6x - 30^o = 180^o \Rightarrow 6x = 210^o \Rightarrow x = 35^o$

$m\angle C = 75^o$, $m\angle D = 180^o - 75^o = 105^o$

$8y - 16 = 5y + 2$ ضلعان متقابلان متطابقان

$8y - 5y = 2 + 16 \Rightarrow y = 6$ بحل المعادلة

$AB = 5 \times 6 + 2 = 32$ cm

$DC = 8 \times 6 - 16 = 32$ cm

[5-4-2] المُـعَـيَّـنْ Rhombus

المُعَيَّنْ : هو متوازي أضلاعٍ فيه ضلعان متجاوران متساويان.

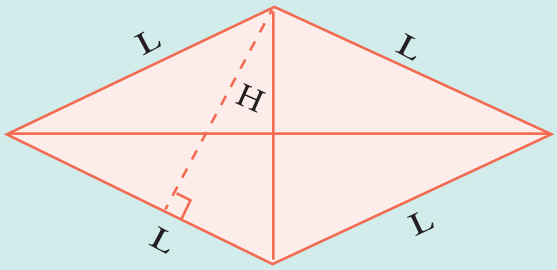
نظريات خصائص المُعَيَّنْ:

* قطرا المعين متعامدين
* كل قطر ينصف الزاويتين عند طرفيه

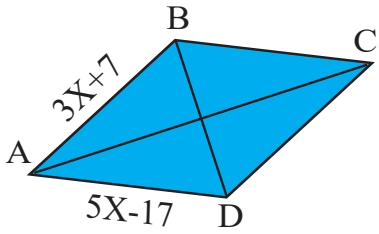
مساحة المعين = طول الضلع × الارتفاع اي : $A = H \times L$

أو (نصف حاصل ضرب طول قطريه) .

المحيط = 4× طول الضلع اي : $P = 4 \times L$



مثال (2) استعمل خصائص المُعَيَّنْ لتجد طول الضلع BC ومحيط المُعَيَّنْ .



i) $AD = AB$

$5x - 17 = 3x + 7 \Rightarrow 5x - 3x = 17 + 7 \Rightarrow x = 12$

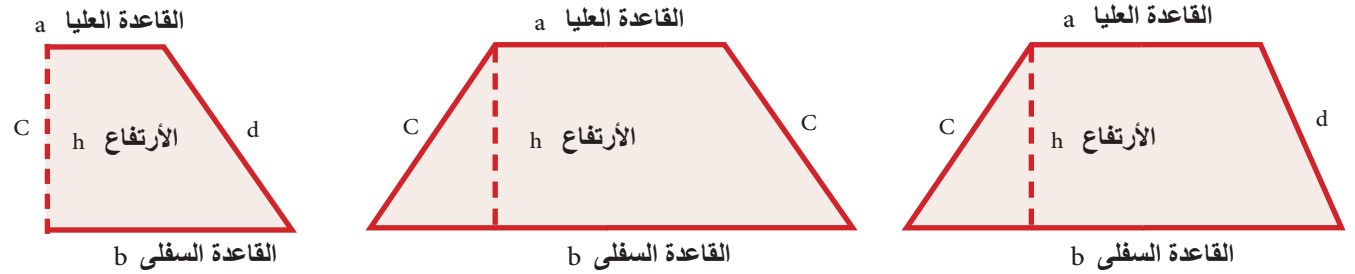
$BC = AD \Rightarrow 5 \times 12 - 17 = 43$ cm

ii) $P = 4 \times L$

$P = 4 \times 43 = 172$ cm

[5-4-3] شبه المنحرف Trapezoid

تعرفت سابقا الى شبه المنحرف وهو شكلٌ رباعيٌ مختلف الاطوال فيه ضلعان متوازيان يسميان قاعدتي شبه المنحرف وآخرين غير متوازيين يسميان ساقي شبه المنحرف ، إذا كان الضلعان غير المتوازيين متساويين سمي شبه منحرفٍ متساوي الساقين، وإذا كانت إحدى زواياه قائمةً سمي شبه منحرفٍ قائم الزاويةِ .



مساحة شبه المنحرف $A = \frac{1}{2}(a+b) \times h$ ، محيط شبه المنحرف $P = a+b+c+d$

مثال (3)

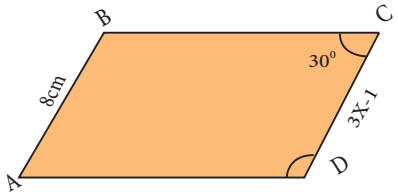
i) جد مساحة شبه المنحرف الذي طولا ضلعين متوازيين فيه 12 cm ,8cm وارتفاعه 4cm.

$$A = \frac{1}{2}(a+b) \times h = \frac{1}{2}(8+12) \times 4 = 40 \ cm^2$$

ii) جد محيط شبه منحرف متساوي الساقين طول كل منهما 8cm وطول قاعدته العليا5cmوطول قاعدته السفلى 10cm .

$$P = a+b+c+d = 5+10+8+8 = 31 \ cm$$

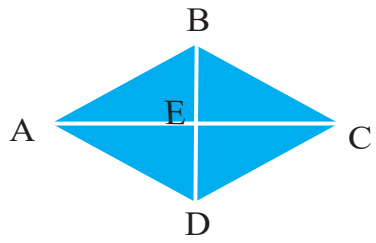
تأكّدْ من فهمِكَ



1 استعمل خصائص متوازي الاضلاع للشكل المجاور لتجد كل من :

$m\angle A , m\angle D , \overline{CD}$.

2 أوجد محيط متوازي الأضلاع إذا علمت أنّ طول احد أضلاعه **8cm** وطول ضلعه المجاور ثلاثة امثاله.



3 الشكل المجاور ABCD متوازي اضلاع فيه $m\angle ADE = 90^\circ$ أثبت أن $m\angle BCE$ الشكل يمثل المُعَيَّنْ .

4 مُعَيَّنْ مساحته $300cm^2$ وارتفاعه 15cm فما طول ضلعه ؟

5 مُعَيَّنْ محيطه 36cm فما طول ضلعه ؟

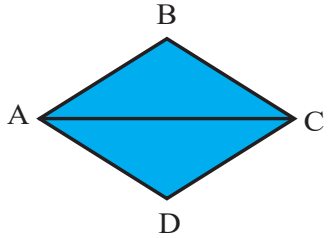
الأسئلة : (1-5)
مشابه للمثال 2

6 شبه منحرف طول القاعدتين المتوازيتين العليا والسفلى على التوالي 9cm,7cm وارتفاعه 3cm فما مساحته ؟

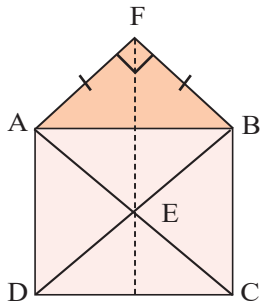
7 شبه منحرف متساوي الساقين مساحته $90cm^2$ وارتفاعه 5cm جد طول كل من قاعدتيه اذا علمت ان طول قاعدته العليا نصف طول قاعدته السفلى .

الأسئلة : (6 - 7)
مشابه للمثال 3

تدربْ وحلّ التمرينات



8 الشكلُ المجاورُ فيه $AB = BC$ و $\overline{AC}$ منصف الزاويتين A , C برهنْ أنّ الشكل ABCD يمثلُ متوازي أضلاع .



9 الشكل المجاور ABCD مربع ، AFB مثلث قائم الزاوية في F ومتساوي الساقين .برهن أن :

(i AFBE يمثلُ مربعاً ، (ii $\overline{FE}$ ينصف $\overline{DC}$.

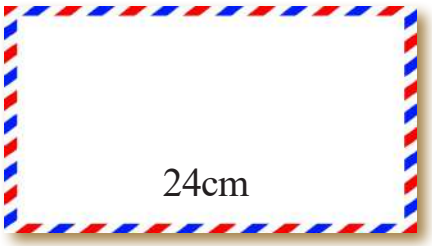
(iii AFED يمثل متوازي أضلاعٍ .

10 ABCD يمثل مُعَيَّنْاً ، النقاط E,F,G,H منتصفات أضلاعهُ ، برهن أنّ الشكل EFGH يمثل مستطيلاً .

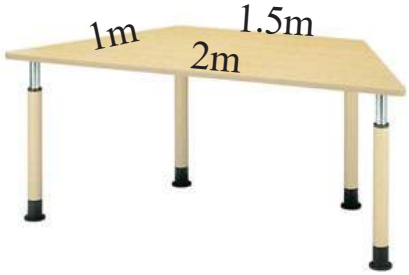
11 مُعَيَّنْ طولُ قطريه المتعامدين 8cm ,10cm فما مساحتهُ ؟

12 شبه منحرفٍ طولُ القاعدتين المتوازيتين العليا والسفلى 20cm , 16cm ومساحته $180cm^2$ فما ارتفاعه؟

تدربْ وحلّ مسائلَ حياتيةً



13 **ظرفٌ بريديٌ:** في الشكل المجاورِ ظرفِ بريدي ، اذا علمت ان عرض الظرفِ نصف طوله فما مساحة وجههِ؟



14 **أثاثٌ منزليٌ :** سطحُ اللوحِ الخشبيِّ المستخدم في المنضدةِ بشكلِ شبهِ منحرفٍ متساوي الساقين احسب محيطه .

15 **حديقةٌ:** قطعةُ أرضٍ زراعيةٍ مستطيلة الشكل ،شجّرتْ لجعلها حديقة عامة، اريد أحاطتها بسياج، فاذا كانت ابعادُها ، 40m 80m فما طول السياج اللازم استعماله لاحاطتها ؟

فَكِّرْ

16 **تحدَ:** شبه منحرف يبلغ طول قاعدته الصغرى 3cm مقسم على ثلاث اشكال مثلثين ومستطيل يبلغُ ارتفاع شبه المنحرف 4cm و طول الضلع القائم للمثلث الاول 2cm و طول الضلع القائم للمثلث الثاني 1cm فاحسب مساحة شبهِ المنحرفِ .بطريقتين.

17 **مسألة مفتوحة :** هل يمكن أعتبار كل مستطيل متوازي اضلاع ولا يمكن اعتبار كل متوازي اضلاع مستطيلاً؟

18 **حِسٌ عدديٌ :** ما الفرقُ بين المُعَيَّنْ والمربعِ ؟ أرسم وأشر إلى الاجزاءِ المختلفةِ .

أُكتبْ

خواصَّ شبهِ المنحرفِ المختلفِ الساقينِ وشبهِ المنحرفِ متساوي الساقين .

الدرسِ [5-5]

الاسطوانة والكرة (الخصائص ، المساحه السطحية ، الحجم)

Cylinder and Sphere (Properties, Surface Area and Volume)

فَكِّرْةُ الدرسِ

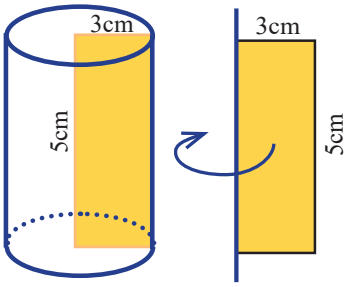
- التعرف الى خصائص كل من الاسطوانة والكرة وكيفية ايجاد المساحة السطحية والحجم لكل منهما

المفردات

- نصف القطر، الارتفاعُ
- المساحةُ الجانبيةُ
- المساحةُ الكليةُ
- الحجمُ

تَعَلَّمْ

لدينا مستطيل ابعاده 5 cm ، 3cm ثبّت على سلكٍ معدنيٍّ عموديٍّ ودوّرَ كما مبين في الشكل المجاور باستخدام محرك نلاحظ تولد الشكل الذي نسميه بالاسطوانة الدائرية القائمة لاحظ ان نصف قطر قاعدة الاسطوانة المتولدة وارتفاعها هما قيمة ابعاد المستطيل .

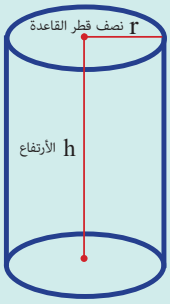


خذ علبةً مرطبات اسطوانية وتخلَّص من القاعدتين ثم قصَّها عمودياً .

وأفرد القطعة المعدنية ستلاحظ انها تمثلُ شكلَ مستطيلٍ .

[5-5-1] الاسطوانة: Cylinder

هي مجسمٌ له قاعدتان دائريتان متوازيتان ومتطابقتان ومحاطٌ بسطحٍ جانبي أسطوانيٌّ. ويسمى المستقيم المارُّ بمركز القاعدتين محور الأسطوانة ويسمى المستقيم المماس للقاعدتين والموازي لمحور الأسطوانة مولد الأسطوانة. مولدات الأسطوانة الواحدة متساوية فيما بينها بالطول. أما العمود المحدد بين قاعدتي الأسطوانة فانه يسمى ارتفاع الأسطوانة ويرمز له بالرمز h . إذا كان مولد الأسطوانة عمودياً على قاعدتها سميت الأسطوانة (اسطوانة قائمة) ويكون ارتفاعها مساوياً لمولدها، وإذا كان مولد الأسطوانة مائلاً على قاعدتيها سميت (أسطوانةٌ مائلةٌ).



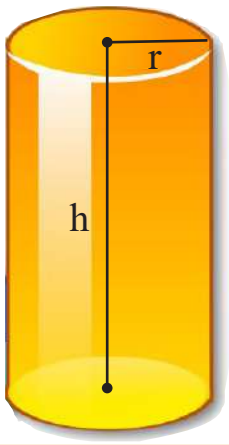
حجمُ الأسطوانة الدائرية القائمة: $V = \pi r^2 h$

المساحةُ الجانبيةُ: $LA = 2\pi r h$

المساحةُ الكليةُ تساوي مجموعَ المساحةِ الجانبيةِ مع مساحةِ القاعدتين اي:

$$TA = 2\pi r h + 2\pi r^2$$

مثال (1) أسطوانةٌ دائريةٌ قائمةٌ طولُ نصفِ قطرِ قاعدتِها 7 cm وارتفاعُها 12 cm أحسبْ مساحتَها الجانبيةَ ثم احسبْ ، مساحتها الكلية و حجمها .



i) المساحةَ الجانبيةَ $LA = 2\pi r h = 2 \times 7 \times \frac{22}{7} \times 12 = 528\ cm^2$

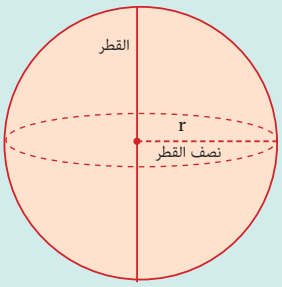
ii) المساحةَ الكليةِ $TA = 2\pi r h + 2\pi r^2 = 528 + 2 \times \frac{22}{7} \times 7^2$

$= 528 + 308 = 836\ cm^2$

iii) الحجم $V = \pi r^2 h = \frac{22}{7} \times 7^2 \times 12 = 1848\ cm^3$

[5-5-2] الكرة: Sphere

الكـــرة : مجسم يمثل مجموعة كل النقاط في الفراغ (الفضاء) ثلاثي الابعاد من خصائصه إن كل نقطة من نقاط سطحه تبعد بأبعاد متساوية عن نقطةٍ معينةٍ ثابتةٍ في داخله تسمى مركز الكرة، وكل مستقيمٍ يمر بمركز الكرة وينتهي طرفاه بسطحها يسمى قطر الكرة، أما نصف قطر الكرة فهوالخطُّ الواصلُ بين مركز الكرة وأيِّ نقطةٍ من نقاط سطحها.

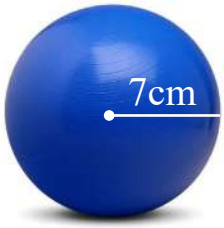


حجم الكرة: $V = \frac{4\pi}{3} r^3$

المساحة السطحية : $SA = 4\pi r^2$

مثال (2)

جد المساحةَ السطحيةَ والحجم للكرة التي نصف قطرها 7 cm .



i) المساحةُ السطحيةُ $SA = 4\pi r^2 = 4 \times \frac{22}{7} \times 7^2 = 616\ cm^2$

ii) الحجمُ $V = \frac{4}{3}\pi r^3$

$V = \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times 7^3 = \frac{4312}{3} \simeq 1437\ cm^3$

مثال (3)

حصالةُ النقودِ: صنع نموذج مصغر لحصالة نقود على شكل اسطوانةٍ نصف قطرقاعدتها 10 cm وارتفاعها 30 cm تعلوها نصف كرةٍ احسب الحجم والمساحة السطحية لها .

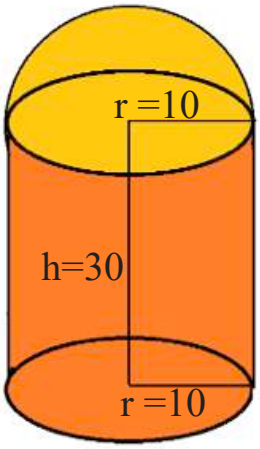
حجم حصالة النقود = حجم الاسطوانة + حجم نصف كرة

$V = \pi r^2 h + \frac{1}{2}\left(\frac{4}{3}\pi r^3\right) = \pi (10)^2 (30) + \frac{1}{2}\left(\left(\frac{4}{3}\pi 10^3\right)\right)$

$V = 3000 \times 3.14 + \frac{2000}{3} \times 3.14 \simeq 9420 + 2093.3$

$V = 11513.3\ cm^3$

المساحة الكلية = المساحة الجانبية للاسطوانة + مساحة قاعدة واحدة + نصف المساحة السطحية للكرة



$TA = 2\pi r h + \pi r^2 + \frac{1}{2}(4\pi r^2)$

$TA = 2(3.14)(10)(30) + (3.14)(10)^2 + 2(3.14)(10)^2$

$TA = 1884 + 314 + 628 = 2826\ cm^2$

تأكَّدْ من فهمِكَ

1 أنبوبُ اسطوانيٌّ دائريٌ قائم مجوف طوله 21m ونصف قطره الداخلي 9m فما حجمه؟

2 جد المساحة السطحية والحجم للكرة التي نصفُ قطرها 10m.

3 صُنع خزان للوقود على شكل اسطوانة نصف قطر قاعدتها 3m وارتفاعها 9m تعلوها نصف كرة احسب الحجم والمساحة السطحية للخزان .

الأسئلة : (1 - 7)
مشابه للأمثلة (1 - 3)

4 مستودع وقود كروي الشكل مساحته السطحية $576\pi\ m^2$. جِد حجمه .

5 إناء على شكل نصف كرة مساحته السطحية $128\pi\ cm^2$. جِد حجمه

6 دورقٌ اسطوانيٌ الشكل حجمه $128\pi cm^3$ وارتفاعهُ 8cm جِد مساحته الجانبية .

7 اذا كانت نسبة حجم كرةٍ نصف قطرها r_1 الى حجم كرة ثانية نصف قطرها r_2 تساوي $\frac{8}{125}$ جِدْ نسبة المساحة السطحية للكرة الاولى الى المساحة السطحية للكرة الثانية .

تدربْ وحلّ التمرينات

8 كرةٌ من الرصاص نصف قطرها 6cm صهرت وصنع منها كرات صغيرة متماثلةٌ لالعاب الاطفال نصف قطر كل منها 1cm أحسب عدد الكرات الصغيرة المتولدة من ذلك .

9 كرة خشبية حجمها $2304\pi\ cm^3$ وضعت في الماء فكان الجزء الطافي نصفها ، جِد نصف قطرِ دائرةٍ تقاطع سطح الماء مع سطح الكرة.

10 إذا علمت أنَّ المساحة السطحية لكرة تساوي $1256cm^2$ فما طول نصف قطر الكرة؟

11 كرتان النسبة بين حجميهما كنسبة 27:8 جد النسبة بين مساحتي سطحيهما.

12 جِد نصف قطر الكرة التي مساحتها السطحية تساوي $100\ \pi\ cm^2$ ومن ثم جِد حجمها.

13 قطعة ورق على شكل مستطيل طوله 33cm وعرضه **14cm** طويت قاعدته بحيث يكون سطح الورقة على هيئة سطحِ أسطوانى دائري قائمٍ جِد حجم الأسطوانة الناشئة لاقرب عدد صحيح.

تدربْ وحلّ مسائلَ حياتيةً

14 **سائلٌ :** جد سعة الكوب المجاور اذا علمت أن قطرَالقاعدة 7cm وارتفاعه 10cm .

15 **صناعةٌ :** احسب مقدار ما تتسع له العلب الاسطوانية الأربعُ المتماثلة الحجم اذا علمت ان نصف قطر قاعدتها 3.5cm، وأرتفاعها 10cm ثم جِد المساحةِ اللازمةِ من اللوح المعدنيِّ المستخدم لصناعتها كلهِّا .

16 **هندسةٌ:** من المباني الشهيرة في العالم بنايةٌ تعرف باسم قبة مونتريال في كندا وهي كرةٌ مستديرة من الزجاج الشـفاف قطرها 76 m احسب مساحتها السطحية وحجمها .

فَكِّـرْ

17 **تحدٍّ:** كرةٌ بلاستيكيةٌ نصف قطرها 14.7cm طليت بطلاءٍ بسمك 0.3cm احسب حجم الكرة بعد الطلاء.

18 **مسألةٌ مفتوحةٌ:** ما ارتفاع اسطوانةٍ دائريةٍ قائمةٍ تكفي مساحتها الجانبية لصنع كرةٍ لها نصف قطرالاسطوانة نفسه ؟

19 **حسٌ عدديٌّ :** كأس بشكل نصف كرة نصف قطرها r ووعاء اسطواني الشكل نصف قطره r وارتفاعه r أيٌّ منهما يتسع لأكبر كمية من الماء ؟

20 **أصحح الخطأ :** كتبتْ سارةُ قانون حجم الكرة بالشكل ($\frac{3}{4}\pi r^3$) ، اكتشف خطأ ساره وصحِّحه.

أُكتبْ

مثالاً لأسطوانتين قائمتين متساويتين بالحجمِ ومختلفتين بالمساحةِ الكليةِ .

الدرسِ [5-6]

مساحة الاشكال المركبة المنتظمة وغير المنتظمة

Area of Regular and Irregular compound shapes

فِكْرَةُ الدرسِ

- ايجادُ مساحةِ الاشكالِ المستويةِ المركبةِ المنتظمةِ وغيرِ المنتظمةِ.

المفردات

- شكلٌ مستوي بسيط
- شكلٌ مستوي مركب

تَعَلَّمْ

نريدُ حساب مساحة الممر المحيط بالمسبح الموضح بالصورة المجاورة لذا نتبع الخطوات الاتية:

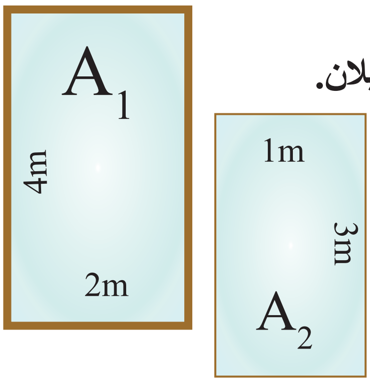
نحدد الشكلين المستويين البسيطين اللذين يتكون منهما هذا الشكل المركب وهما مستطيلين:

- نجد مساحة المستطيل الخارجي
- نجد مساحة المستطيل الداخلي
- نجد مساحة الممر عن طريق طرح مساحة المستطيل الداخلي من مساحة المستطيل الخارجي

[5-6-1] مساحة الاشكال المستوية المركبة المنتظمة
Area of Regular compound Plane shapes

المستوي المركبُ المنتظمُ : يتكون الشكل المستوي المركبُ المنتظمُ من شكلين مستويين بسيطين او أكثر.
- لإيجاد مساحته نقسم الشكل المستوي المركب المنتظم إلى اشكالٍ مستويةٍ بسيطةٍ .

مثال (1) حاول إيجاد مساحة الممر في الشكل المركب في فقرة تعلم.



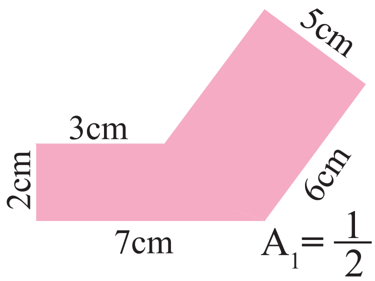
الشكلان المستويان البسيطان اللذان يتكون منهما الشكل المركب هما مستطيلان.

نجد مساحة المستطيل الخارجي : $A_1=L.W=4\times2=8\ m^2$

نجد مساحة المستطيل الداخلي : $A_2=L.W=3\times1=3\ m^2$

مساحةُ الممر تساوي حاصل طرح مساحة المستطيل الداخلي من مساحة المستطيل الخارجي اي : $A=A_1-A_2=8-3=5\ m^2$

مثال (2) لحساب مساحة الشكل المركب المنتظم المجاور:

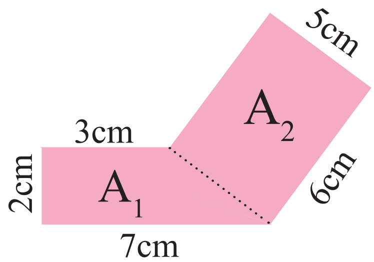


الشكل المركب المنتظم يحتوي على الشكلين المستويين البسيطين اللذين هما شبهُ المنحرف والمستطيلِ:

مساحة شبه المنحرف : $A_1=\frac{1}{2}(a+b)\times h=\frac{1}{2}(3+7)\times2=10cm^2$

مساحة المستطيل : $A_2=L.W=6\times5=30\ cm^2$

مساحة الشكل المركب: $A=A_1+A_2=10+30=40\ cm^2$

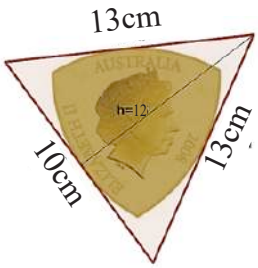


[2 -6 - 5] مساحة الاشكال المستوية المركبة غيرالمنتظمة
Area of Irregular compound Plane shapes

المستوي المركبُ غيرُالمنتظمِ : يتكون الشكل المستوي المركبُ غيرُ المنتظمِ من شكلين مستويين بسيطين غير منتظمين أو أكثر.

لإيجاد مساحته نقسم الشكل المستوي المركب غيرالمنتظم الى اشكال مستويةٍ منتظمةٍ بسيطةٍ قريبةٍ من شكله نحسب قيمة مساحات الاشكال المستوية البسيطة ونجمع نتائجها وتحتسب بوصفها قيمةً تقريبيةً للشكلِ المستوي المركب غير المنتظم.

مثال (3) في الشكل المجاور نموذج لعملة احدى الدول وهي مصممة على شكل مستوي غير منتظمٍ ولحساب قيمة تقريبية لمساحة سطح العملة رسمنا مثلث متساوي الساقين تمسُّ اضلاعه منحني العملة وثبتنا قياسات الاضلاع وارتفاع المثلث كما موضح بالشكل .



نحسب مساحة المثلث : $A=\frac{1}{2}\times b\times h=\frac{1}{2}\times 10\times 12=60cm^2$

ونظراً لكون مساحة سطح العملة اقل من مساحة سطح المثلث نقرب الناتج ونقول :

ان مساحة سطح العملة يساوي تقريباً أقل من $60cm^2$

مثال (4) لحساب مساحة الشكل المظلل المجاور :

نقسم الشكل الى الشكلين المستويين البسيطين اللذين يتكون منهما الشكلُ المركبُ هما مستطيلٌ ونصفا دائرة متماثلتان (يمكن عدهما دائرة واحدة) .

مساحةُ المستطيلُ : $A_1=L.W=12\times 4=48\ m^2$

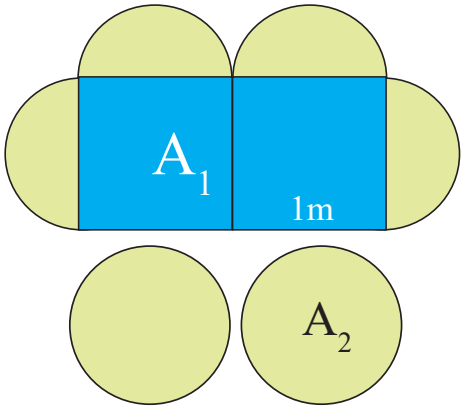
مساحة نصفي الدائرة = مساحة دائرة: $A_2=\pi\times r^2=3.14\times 2^2=12.56\ m^2$

مساحة الشكلِ المظللِ تساوي حاصل طرح مساحة الدائرة من مساحة المستطيل

$A=A_1-A_2=48-12.56=35.44\ m^2$

مثال (5) جد مساحة سطح الشكل المستوي المركب المبين في ادناه .

يتكون الشكل المركب من مربعين متماثلين ودائرتين متماثلتين (اربعة انصاف دائرة متماثلة)



مساحة المربع : $A_1=L^2=1^2=1\ m^2$

مساحة الدائرة: $A_2=\pi\times r^2=3.14\times(0.5)^2=0.785\ m^2$

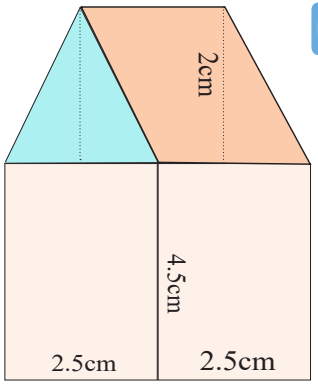
مساحة الشكل المظلل تساوي

$A=2A_1+2A_2=2\times 1+2\times 0.785=3.57\ m^2$

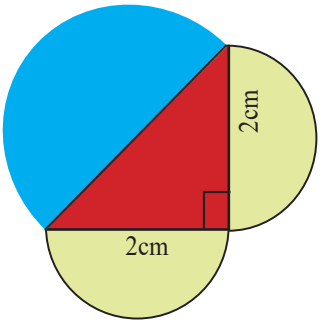
تأكَّدْ من فهمِكَ

جِد مساحةَ السطحِ المظلل لكلِ من الاشكالِ المستويةِ المركبةِ الاتية :

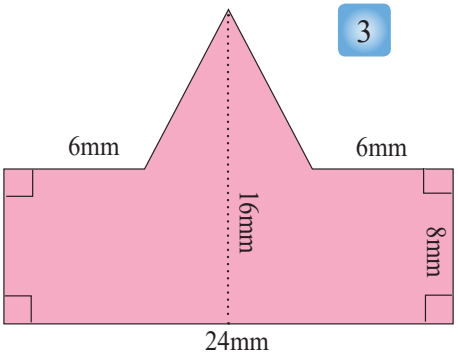
1



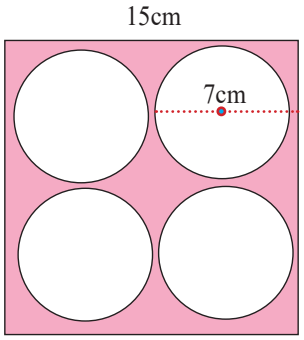
2



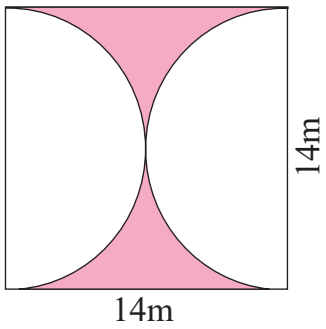
3



4



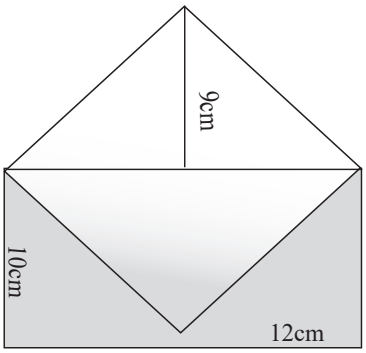
5



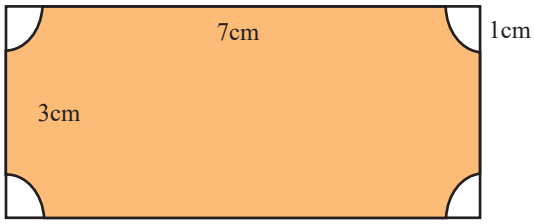
الأسئلة : (1 - 5)
مشابه للأمثلة (1 - 5)

تدربْ وحلّ التمرينات

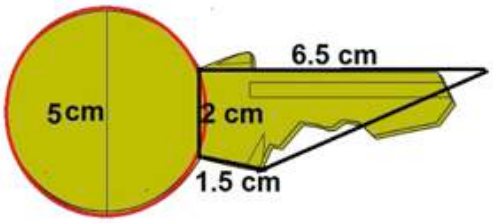
6 جِد مساحة سطح الظرف البريدي المفتوح من جهة واحدة والمبين في الشكل المجاور.



7 جد مساحة السطح المظلل

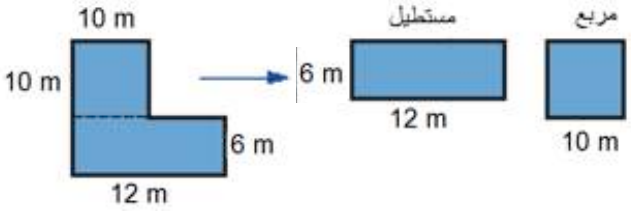


8 جد تقريبا مناسباً لمساحة سطحِ المفتاحِ في الشكلِ المجاور.



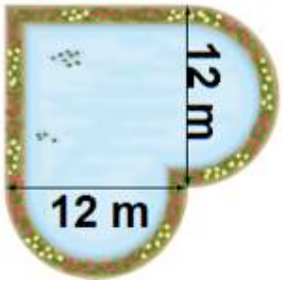
تدربْ وحلّ مسائلَ حياتيةً

9 ادناه صورة لمسبح مع مخطط لشكل سطحه المستوي المركب . احسب مساحة سطح المسبح.



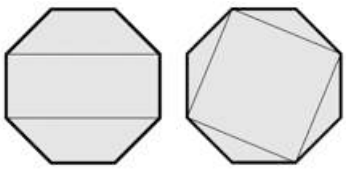
10 في الشكلِ المجاورِ خريطةٌ إحدى الدول وهي بلا شكٍّ تمثل شكلا مستويا مركبا غير منتظم . ولغرض تقدير المساحة على الخريطة رسم شكلان مستويان بسيطان هما شبه المنحرف والمثلث للاحاطةِ بحدود الخريطة. مستخدما الأبعاد المثبته على الشكلِ جد تقريبا مناسبا للمساحة على الخريطةِ .

فكّرْ

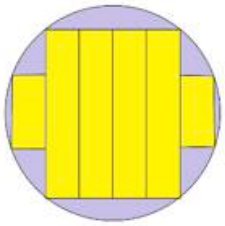


11 **تحدٍّ:** بالشكل المجاور بركةٌ محاطةٌ بممر من البلاط عرضه 2m. احسب مساحة الممر.

12 **مسألةٌ مفتوحةٌ:** الشكل يوضح طريقتان مختلفتان لإيجاد مساحة مضلع منتظم ذي ثمانية اضلاع . اشرح مضمون الطريقتين ثم ابحث عن طريقةٍ ثالثةٍ .



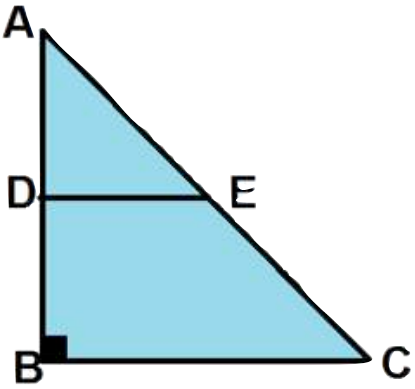
13 **حسٌّ عدديٌ :** هل يمكن حساب مساحة دائرة بشكل تقريبي عن طريق رسم مستطيلات متجاورة داخلها ماذا يحدث عندما نجعل عدد المستطيلات المرسومه كبيرا جداً ؟



أكتبْ

صيغةً رياضيةً لحساب مساحة شكل مستوي مركب مؤلف من k من المعينات مرسومة متجاورة مع بعضها والتي طول كل من قطريها n ,m من الوحدات .

1 ABC مثلث متساوي الاضلاع . رسمنا المستقيم CE على امتداد الضلع BC. جد : $m\angle ACE$



2 في الشكل المجاور AB= BC ، $\overline{DE}$ // $\overline{BC}$ اثبت ان المثلث ADE متساوي الساقين .

3 اعط مثالا مع الرسم تبين فيه عدم امكانية تطابق مثلثين تتساوى فيهما قياسات الزوايا المتناظرة .

اكمل الفراغات الاتية لتكون العبارة صائبة :

4 تكون الزاويتان متطابقتان اذا كان .....

5 عناصر المثلث السته هي ..... و .....

6 تتطابق المضلعات اذا امكن وضع احدهما على الاخربحيث .....

7 حالات تطابق مثلثين هي ..... و ..... و .....

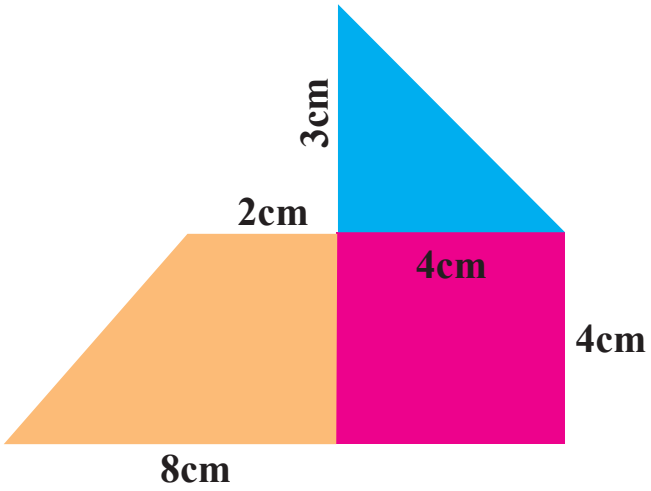
8 شبه منحرف متساوي الساقين مساحته $180cm^2$ وارتفاعه 10cm جد طول كل من قاعدتيه اذا علمت ان طول قاعدته العليا اربعة امثال طول قاعدته السفلى .

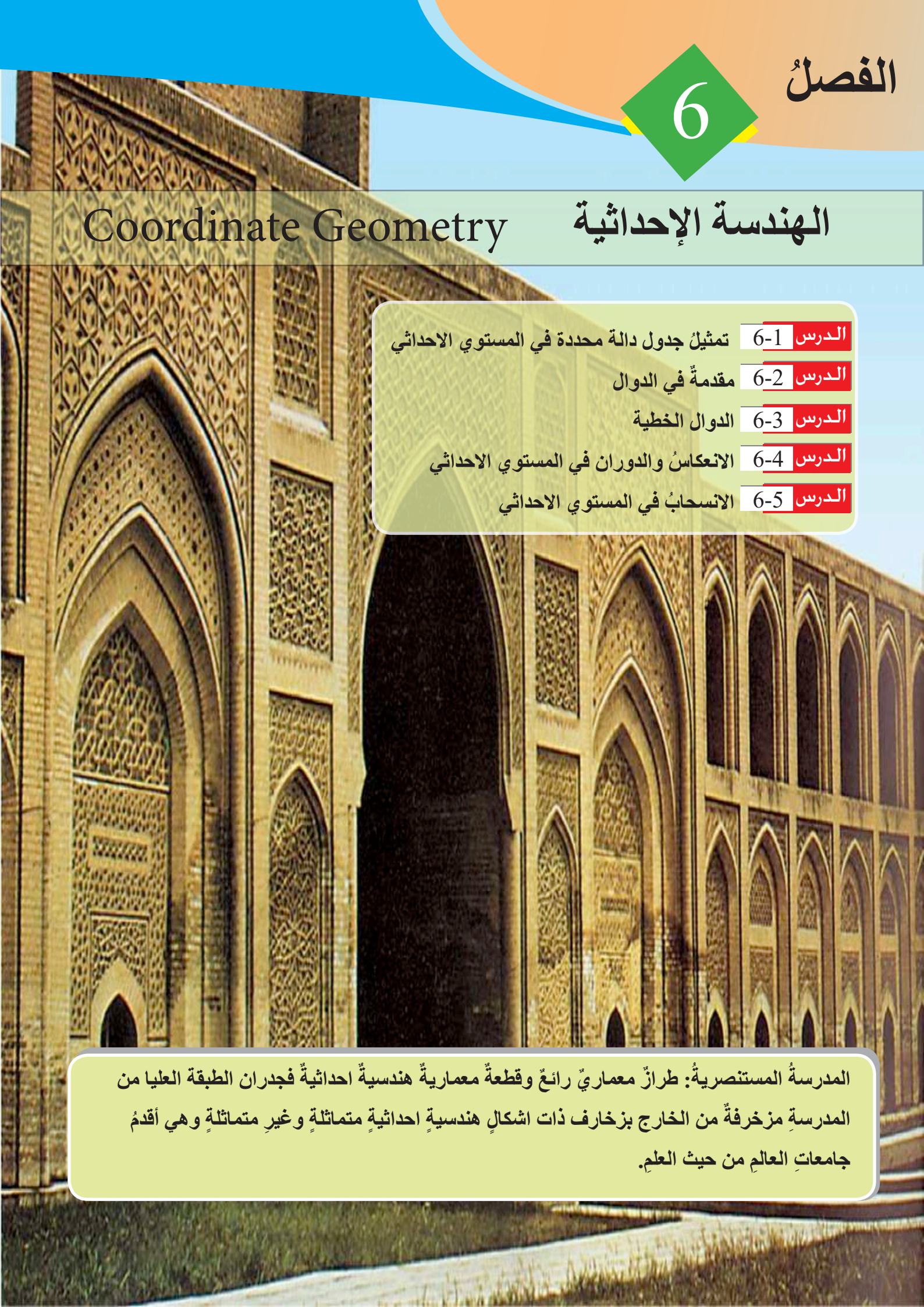
9 جد محيط ومساحة معين طول ضلعه 4cm وارتفاعه 6cm .

10 معين طول قطريه المتعامدين 2.5 cm، 4cm فما مساحته ؟

11 صنع مصباح منضدي على شكل اسطوانة نصف قطر قاعدتها 8cm وارتفاعها 12cm تعلوها نصف كرة احسب الحجم والمساحة السطحية له.

12 جد مساحة الشكل المركب الاتي :





الفصلُ 6

الهندسة الإحداثية Coordinate Geometry

الدرس 6-1 تمثيلُ جدول دالة محددة في المستوي الاحداثي

الدرس 6-2 مقدمةٌ في الدوال

الدرس 6-3 الدوال الخطية

الدرس 6-4 الانعكاسُ والدوران في المستوي الاحداثي

الدرس 6-5 الانسحابُ في المستوي الاحداثي

المدرسةُ المستنصريةُ: طرازٌ معماريٌ رائعٌ وقطعةٌ معماريةٌ هندسيةٌ احداثيةٌ فجدران الطبقة العليا من المدرسةِ مزخرفةٌ من الخارج بزخارف ذات اشكالٍ هندسيةٍ احداثيةٍ متماثلةٍ وغيرِ متماثلةٍ وهي أقدمُ جامعاتِ العالمِ من حيث العلمِ.

اكتب عبارة جبرية تمثل:

1. اقل من y بخمسة عشر.
2. اكثر من N بثلاثة عشر.
3. T-3مقسوم على T+3
4. 7^2 مضروب في L-9.
5. ضعف w-9 مضروب في 5.
6. نصف w+9 مضروب في y.
7. ربع T+5 مقسوم على T.
8. الجذر التكعيبي ل L-3T مضروب في w+2.
9. إذا كانت قاعدة الدالة $2w-w^2$ والمدخلات {1، 0 ،1-} اكتب المخرجات للدالة .
10. اكتب قاعدة الدالة للمدخلات والمخرجات الاتية:

المدخلات	قاعدة الدالة	المخرجات
1		1
2		4
3		9
-1		1
-2		4

المدخلات	قاعدة الدالة	المخرجات
-2		0
0		2
2		4

11. قاعدة الدالة |y|+2y أنشئ جدولاً بيِّن فيه المخرجات إذ المدخلات{1 ، 0 ، 1-}.
12. أنشئ جدولاً وبيِّن فيه المدخلات حيث المخرجات{1 ، 2 ، 3 } وقاعدة الدالة X-2

مثّل الازواج المرتبة في المستوي الإحداثي وارسم قطعاً مستقيمةً لتصل بين النقاط في كل ربعٍ، اذكر اسم الشكل الذي حصلت عليه:

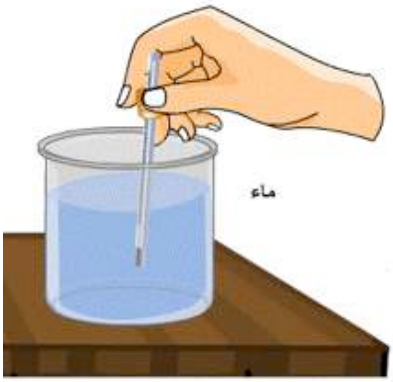
13. A (0,2), B(0,-2), C(3,-2), D(3,2)
14. A(-1,3) , B(-1,-3) , C(-3,0)
15. A(-1,1) , B(0,2) , C(3,2) , D(3,1)
16. وضح كيف يختلف موقع النقطة (-3,3) عن موقع النقطة (3- ,3) .

الدرسِ [6-1]

تمثيل جدول دالة محددة في المستوي الاحداثي
Representing Function`s Table in Coordinate Plane

فَكِّرْ

أراد عليٌّ ان يقيس درجة حرارة الماء في اناء بالدرجة المئوية ففي الساعة الاولى وجد ان درجة حرارة الماء 3^oC وفي الساعة الثانية كانت درجة حرارة الماء 3^oC فجدْ درجةَ حرارةِ الماءِ بدرجةٍ مئويةٍ بعد سبعِ ساعاتٍ.



فَكِّرْ

- تمثيل جدول دالة محددة في المستوي الاحداثي.

المفردات

- المدخلة.
- المخرجة.
- جدول دالة.
- المستوي الاحداثي.
- الارباع الاربعة.

[1-1-6]تمثيل جدول في المستوي الاحداثي
Representation aTable In Coordinate Plane

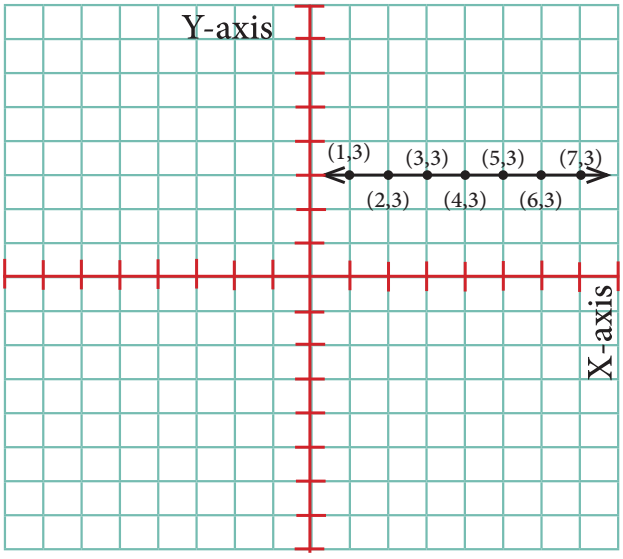
* العلاقة التي مدخلاتُها متغيرةٌ ومخرجاتها ثابتة تمثل دالة مستقيمٌ يوازي محور السينات.
* العلاقة التي مدخلاتها ثابتة ومخرجاتها متغيرة تمثل مستقيماً يوازي محور الصادات.
* العلاقة التي مدخلاتها ومخرجاتها متغيرة تمثل مستقيماً لايوازي أي المحورين.

مثال (1) جد درجة حرارة الماء بعد سبع ساعات.

خطوةٌ (1): نفرض ان عدد الساعات X نفرض إنّ درجة حرارة الماء في كل ساعة مساوية لـ Y فنحصل على الجدول الآتي:

X	1	2	3	4	5	6	7
Y	3	3	3	3	3	3	3

خطوةٌ (2): نستعمل الجدول لايجاد الازواج المرتبة (7,3)، (6,3)، (5,3)، (4,3)، (3,3)، (2,3)، (1,3)

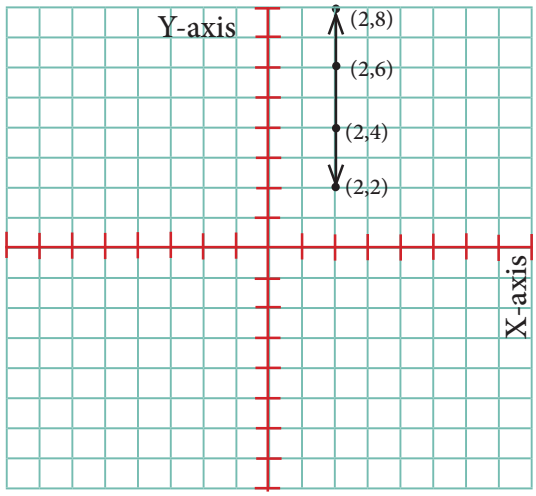


خطوةٌ (3):نعين النقط في المستوي الاحداثي، ثم نصل بين النقاط فنحصل على مستقيمٍ موازي لمحورِ السيناتِ .

(قيم x متغيرة ، قيم y ثابتة)

مثال (2) مثلِ الجدولَ التالي في المستوي الاحداثي.

X	2	2	2	2
Y	2	4	6	8



من الجدول نلاحظ ان قيم x ثابتة ومنه نكون ازواجاً مرتبة (2,8)، (2,6)، (2,4)، **(2,2)** نمثل النقاط ثم نصل بين النقاط نلاحظ أنّ المستقيم موازي لمحور الصادات،

(قيم x ثابتة ، قيم y متغيرة).

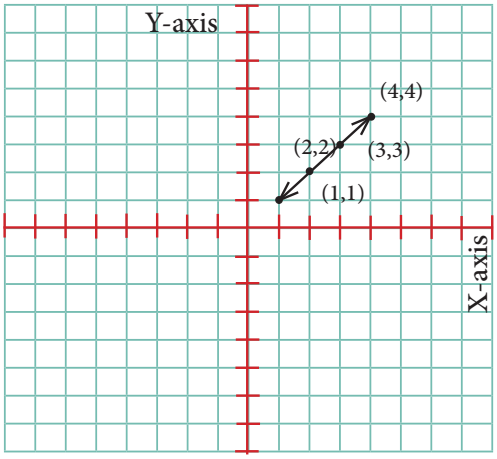
مثال (3) الجدولُ التالي يبينُ الكمية التي ينتجها حقل الرميلة على مدى اربعة ايام .أمثل كتابة الجدول على شكل مجموعة من الأزواج المرتبة {(4,4)، (3,3)، (2,2)، (1,1)}

ثم نُحدد كل نقطةٍ في المستوي الاحداثي نصلُ بين النقاطِ

نلاحظ أن المستقيم لايوازي أي من المحورين

(قيم x متغيرة ، قيم y متغيرة) .

عدد الأيام	X	1	2	3	4
كمية النفط	Y	1	2	3	4

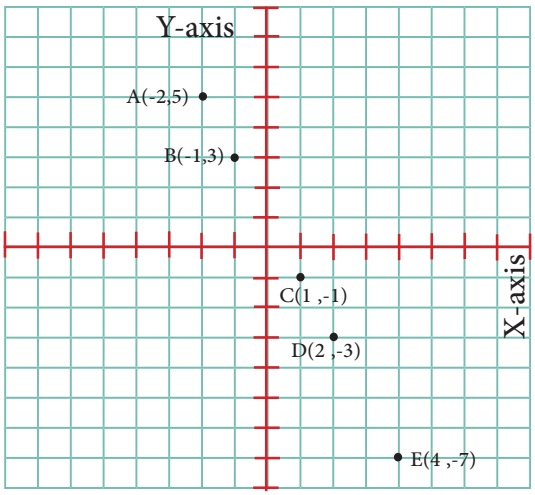


[2-1-6] كتابة جدول من نقاط معينة في المستوي الاحداثي
Written Table of Bounded Points in Coordinate Plane

مثال (4) اكتبُ جدول الدالة من نقاطٍ معينةٍ في المستوي الاحداثي

من الشكل المجاور نحددُ الأزواج المرتبة لكل نقطة

A(-2,5) , B(-1,3) , C(1,-1) , D(2,-3) , E(4,-7)



نكونُ جدول الدالة:

النقاط	A	B	C	D	E
X	-2	-1	1	2	4
Y	5	3	-1	-3	-7

تأكَّدْ من فهمِكَ

مثل الجداول التالية في المستوي الاحداثي، ثم صل بين النقاط في المستوي الاحداثي، ماذا تلاحظ، ما الشكل الناتج.

الاسئلة 1-4
مشابه للأمثلة 1-3

1

X	2	1	1	1
Y	1	2	3	4

2

X	4	4	4	4
Y	1	2	3	4

3

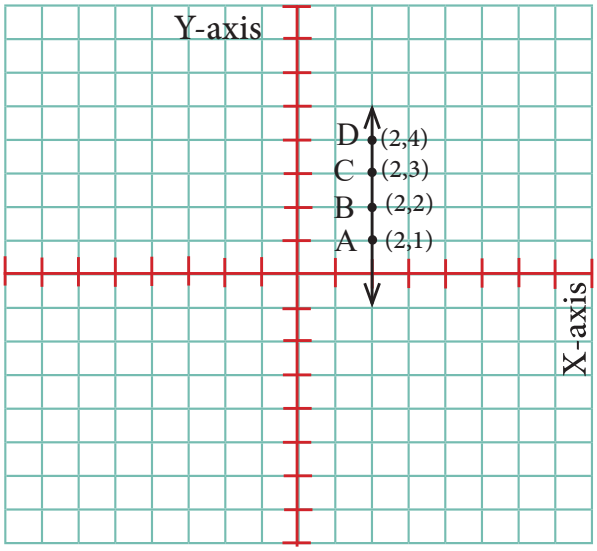
X	1	2	3	4
Y	-2	-2	-2	-2

4

X	-1	-2	-3	-4
Y	2	4	6	8

5 اكمل الجدول من النقاط المعينة في المستوي الاحداثي:

السؤال 5
مشابه للمثال 4



النقاط	A	B	C	D
X				
Y				

تدربْ وحلّ التمرينات

مثل الجداول التالي في المستوي الاحداثي، ثم صل بين النقاط، ما علاقة المستقيم بالمحور السيني

6

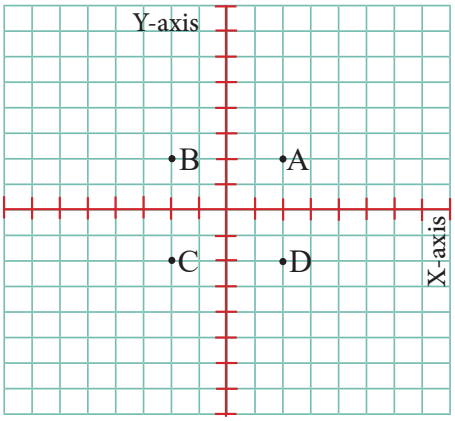
X	-5	-4	3	2
Y	2	1	0	-1

7

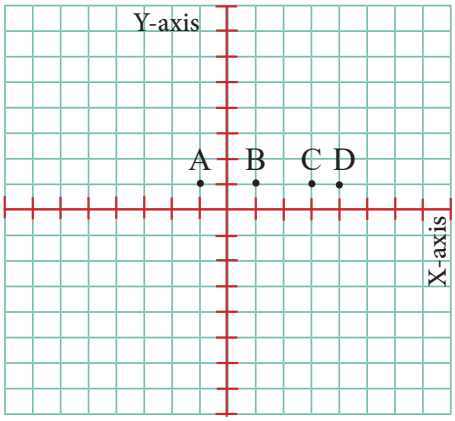
X	-1	0	1	2
Y	3	3	3	3

اكتب جدول دالة من نقاط معينة في المستوي الاحداثي ، وبين نوع الشكل الناتج.

8



9



تدربْ وحلّ مسائلَ حياتيةً

10 **علومُ الارضِ:** سجل باحث علمي في القطب الجنوبي أربع قراءاتٍ لدرجةِ الحرارةِ وكانت قراءة المحرارِ كل أربعِ ساعاتِ

الوقت	9 صباحاً	1 ظهراً	5 عصراً	9 مساءاً
درجة الحرارة	-3	-7	-11	-15

أكتب الدالة التي يمثلها الجدول اعلاه واكتب جدول الدالة .

10 **تصميمٌ الكترونيٌ :** صممت علا صفحةً الكترونيةً رسمت فيها مستطيلاتٍ متماثلة في جدولِ الدالة التاليةِ معطياتٌ عن طول وعرض كل مستطيل رسمته علا، (X تمثل الطول، Y تمثل العرض)

X	2	4	6	8
Y	3	6	9	12

i) مثل جدول الدالة في اعلاه في المستوي الاحداثي.

ii) كيف تستعمل هذا الجدول لا يجاد طول مستطيل بعد معرفة ان عرض المستطيل هو 15 وحدة؟

فَكِّرْ

12 **جدولٌ:** اكتبْ جدولَ دالةٍ يمثل المسافة التي يقطعها سائقُ دراجةٍ هوائيةٍ خلال 4 ساعات علماً انه يقطع في الساعة الواحدة 15km.

13 اكتب مجموعة بيانات تمثل مستقيماً عمودياً.

14 **تحدٍّ:** كيف يمكن من خلال جدول دالة محددة ان احصل على مستقيم موازي لمحور السينات؟

15 **حسٌّ عدديٌّ :** يطبع علاء في الساعة الواحدة 50 كلمة على الطابعة فاذا كان عدد الكلمات في الصفحة التي يريد طبعها 400 كلمة فإلى كم ساعة يحتاج؟

أُكتبْ

مسألة ابتكر فيها جدول دالة محددة بنقاط معينة تمثل عدد الأيام التي يقضيها عامل لحفر بئر خلال خمسة ايام.

الدرسِ [6-2]

مقدمة في الدوال

Introduction of Functions

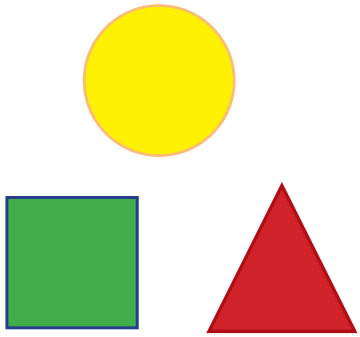
فَكِّرْ الدرسِ
- اكمال جدول الدالة وتمثيله في المستوي الإحداثي.

المفردات
- الدالة
- جدول الدالة
- قاعدة الدالة
- العنصر
- الصورة

تَعَلَّمْ

في مرسم المدرسة رسم أيمن ووائل وثامر أشكالاً هندسية، رسم أيمن مربع و مثلثاً ورسم وائل مثلثاً ورسم ثامر دائرةً.

جد العلاقة بين كل طالب والشكل الهندسي الذي رسمهِ.



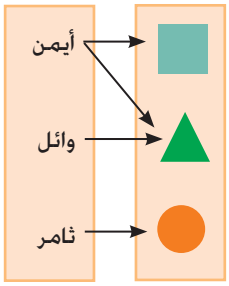
[6-2-1] العلاقة و الدالة Relation and Function

***الدالة: هي علاقة تحدد قيمة مخرجة واحدة فقط لكل قيمة مُدخلة.**

***قاعدة الدالة: هي الصيغة التي تستعمل لتعويض قيمة مدخلة للحصول على قيمة المخرجة.**

مثال (1) أرسم مخطط العلاقة بين كل طالب والشكل الهندسي الذي رسمهِ ،

نلاحظ أن ايمن رسم شكلين هندسيين (مربع ، مثلث)، أي له مخرجان لمدخلة واحدة لذلك فالعلاقة لاتمثل دالة.

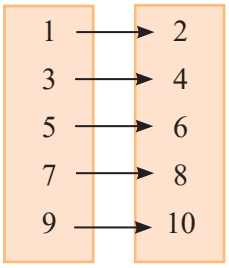


مثال (2) حدد فيما إذا كانت العلاقة تمثل دالة أم لا؟ وفسّر ذلك.

$\{(1,2),(3,4),(5,6),(7,8),(9,10)\}$

امثل العلاقة بالمخطط المجاور:

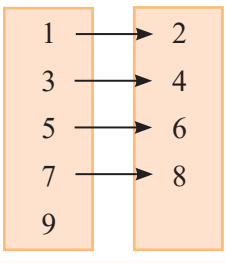
نلاحظ أن كل مدخلة لها مخرجة واحدة فقط لذلك فأن العلاقة تمثل دالة



مثال (3) لاحظ المخطط المجاور وبين أتمثل العلاقة دالة أم لا ؟ أفسر ذلك.

نلاحظ بأن العلاقة ليست دالة إلا أذا كانت لكل قيمة مدخلة هناك مخرجة واحدة فقط.

فالعدد 9 لم يرتبط بأي قيمة من قيم المخرجات .



مثال (4) حدد فيما ذا كانت كل علاقة فيما يلي دالة أم لا؟ وفسّر ذلك .

i) $\{(1,9),(2,18),(3,15),(4,18)\}$ ، نلاحظ أن العلاقة دالة لأن هناك مخرجة واحدة فقط لكل مدخلة

ii) $\{(-1,5),(0,6),(-1,6),(2,8)\}$ ، نلاحظ أنها علاقة وليست دالة لأن هناك مخرجين 5،6 للمدخلة 1 -

[6-2-2] إكمال جدول الدالة Complete aTable of Function

جدول الدالة: هو الجدول الذي ينظّم قيمة المدخلة والمخرجة.

مثال (5)

أكمل جدول الدالة $Y= X-3$ إذ إن $X = -1, 0, 1, 2$

نكمل جدول الدالة بالتعويض عن قيم X في قاعدة الدالة لنجد قيم Y المناظرة وكما يلاحظ في الجدول المجاور.

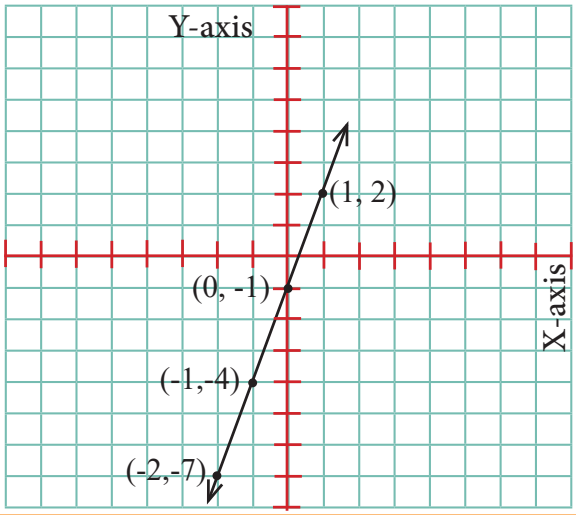
العنصر (المدخلة)	قاعدة الدالة	الصورة (المخرجة)
X	X-3	Y
-1	- 1 - 3	-4
0	0-3	-3
1	1-3	-2
2	2-3	-1

[6-2-3] تمثيل الدالة بعدد من النقاط في المستوى الاحداثي Representing the Function by Number of Point in Coordinate Plane

مثال (6) مثل في المستوى الأحداثي الدالة $Y= 3X-1$ ، إذ إن $X = -1, -2, 0, 1$

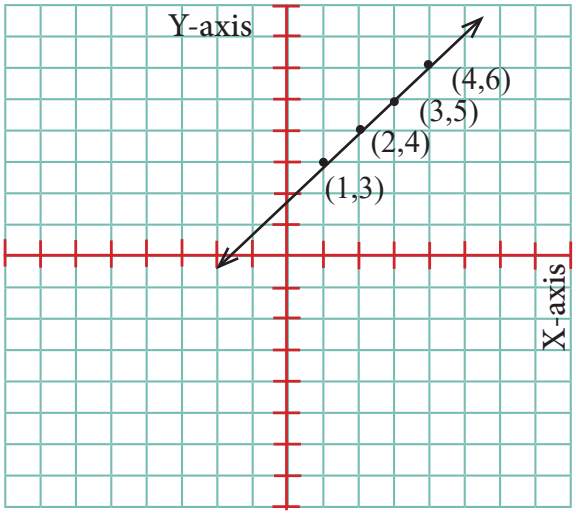
الخطوة (1): نعمل الجدول ادناه ، **الخطوة (2):** نثبت النقاط في المستوي الأحداثي

الخطوة (3): نصل بين النقاط في المستوي الأحداثي سنحصل على مستقيم كما مبين في الشكل ادناه.



الزوج المرتب	الصورة (المخرجة)	قاعدة الدالة	العنصر (المدخلة)
(X,Y)	Y	3X-1	X
(-1,-4)	-4	3(-1)-1	-1
(-2,-7)	-7	3(-2)-1	-2
(0, -1)	-1	3(0)-1	0
(1, 2)	2	3(1)-1	1

مثال (7) اكمل الجدول وامثله في المستوي الأحداثي.



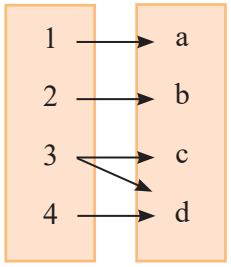
الزوج المرتب	الصورة (المخرجة)	قاعدة الدالة	العنصر (المدخلة)
(X,Y)	Y	X+2	X
(1,3)	3	(1)+ 2	1
(2,4)	4	(2)+ 2	2
(3,5)	5	(3)+ 2	3
(4, 6)	6	(4)+ 2	4

تأكَّدْ من فهمِكَ

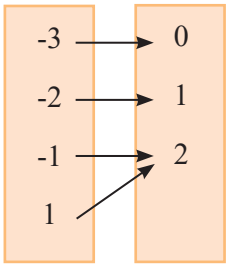
حدد فيما أذا كانت العلاقة دالة أم لا؟ ذاكراً السبب.

الاسئلة 1-3
مشابه للأمثلة 1-3

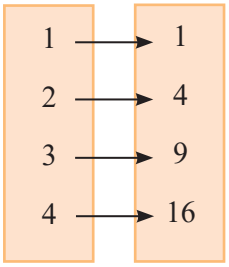
1



2



3



أذا كانت مجموعة المدخلات هي { 7 , 6 , 5 , 3 } ومجموعة المخرجات هي :{ $\sqrt{3}$,$\sqrt{5}$,$\sqrt{7}$,$\sqrt{6}$ }
حدد فيما أذا كانت العلاقات التالية دالة أم لا؟ مع ذكر السبب.

الاسئلة 4-5
مشابه للمثال 4

4 $\{(3,\sqrt{3}) , (5,\sqrt{5}) , (6,\sqrt{6}) , (7,\sqrt{7})\}$

5 $\{(3, \sqrt{3}) , (5, \sqrt{7}) , (3,\sqrt{6}) , (6 ,\sqrt{6}) , (7, \sqrt{6})\}$

6 يأكل الخفاش 600 بعوضة بالساعة، كم عدد البعوض التي اكلها الخفاش في (2،3،4) ساعة؟
أنشئ جدول دالة يبين العلاقة بين عدد الساعات وعدد البعوض التي يأكلها الخفاش، ثم مثل الجدول في المستوى الاحداثي.

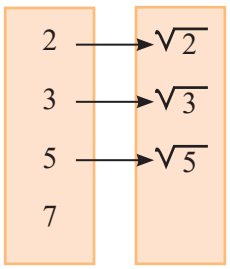
السؤال 6
مشابه للمثالين 6،7

الزوج المرتب	الصورة (المخرجة)	قاعدة الدالة	العنصر (المدخلة)
(X,Y)	Y		X
(1,600)	600		1
			2
			3
			4

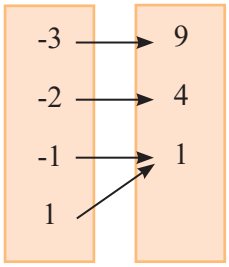
تدربْ وحلّ التمرينات

حدد فيما أذا كانت العلاقة دالة أم لا؟ ذاكراً السبب.

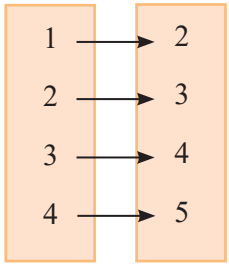
7



8



9



أذا كانت مجموعة المدخلات هي { 7 , 6 , 5 , 3 } ومجموعة المخرجات هي :{ $\sqrt{3}$,$\sqrt{5}$,$\sqrt{7}$,$\sqrt{6}$ }
حدد فيما أذا كانت العلاقات التالية دالة أم لا؟ مع ذكر السبب.

10 $\{(3,\sqrt{3}) , (5,\sqrt{5}) , (6,\sqrt{5})\}$

11 $\{(3, \sqrt{3}) , (5, \sqrt{7}) , (5,\sqrt{6}) , (7, \sqrt{5})\}$

12 أكتب الدالة من الجدول الآتي:

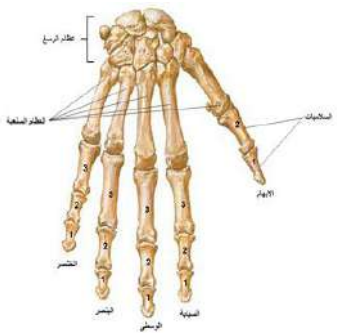
العمر	X	10	20	30	40
الكمية المستهلكة	Y	15	25	35	45

تدربْ وحلّ مسائلَ حياتيةً

13 **رياضة:** محمود سبّاح ماهر يقطع 9.5 كم بالساعة، كوّن جدول دالة تمثل العدد الكلي للكيلومترات التي استطاع قطعها بـ{6,4,2} ساعة.

14 **بكتريا:** إذا كان عدد البكتريا يزداد بمعدل الضعف كل 20 دقيقة كم سيزداد عدد البكتريا خلال ساعتين؟ كون جدول دالة.

15 **وقود:** إذا كان استهلاك سيارة اسعاف للبنزين في مستشفى مدينة الطب من البنزين بمعدل 5 لتر لكل 25km كوّن قاعدة دالة بين استهلاك الوقود للسيارة وعدد الكيلومترات التي تقطعها حيث استهلاكها للوقود باللتر {6,7,8,9,10} كون جدول دالة ومثلها.

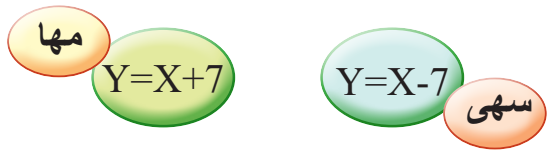


16 **أحياء:** كل يد في جسم الانسان تحتوي على 27 عظمة، وعدد عظام المشط أقل من عدد السلاميات بالعدد 9 وعدد عظام الرسغ أكثر من عظام المشط بالعدد 3. علماً ان عدد السلاميات **14**.مثل المعلومات اعلاه بجدول الدالة.

فكّرْ

17 **تحدٍ:** جد مجموعة عناصر الدالة $y = 2x - 1$ التي صور عناصرها المجموعة {41,49,57}.

18 **أصحح الخطأ:** سهى ومها وجدوا قاعدة دالة أحد عناصرها أقل من الصورة بمقدار 7 ؟ايهما أصح؟ فسّر اجابتك



19 **حسٌّ عدديٌّ :** دالة قاعدتها 42x-8 حدد صورة العنصر 2 في الدالة .

أكتبْ

مسالة حياتية تمثل دالة ثم انشئ جدول دالة ومثل الجدول في المستوي الاحداثي.

فَكِّرْ في الدرس
- كتابة معلومة تمثل دالة خطية من جدول الدالة.

المفردات
- الدالة الخطية
- معادلة المستقيم
- المخطط البياني
- الارباع الاربعة

تَعَلَّمْ

أذا كان لدى سعيد منحل لإنتاج العسل ولاحظ أن النحلة تطير بسرعة 24 كيلو متر في الساعة. مالعلاقة التي تربط بين الزمن (عدد الساعات) والمسافة التي تقطعها بالكيلومترات؟

[6-3-1] تمثيل الدالة الخطية (معادلة المستقيم) في المستوى الإحداثي
Representing Linear Function (Equation of Straigh t Line) in the Coordinate Plane

*الدالة الخطية: دالة تكون كل النقاط التي تنتج منها على مستقيم واحد غير عمودي يسمى هذا المستقيم بيان الدالة الخطيّة.

*معادلة المستقيم : هي معادلة تعبّر عن الدالة الخطية بالصورة $y = mx+t$ حيث t و m أعداد ثابتة.

مثال (1) ما المسافة التي تقطعها النحلة بالكيلومتر على الزمن بالساعات؟

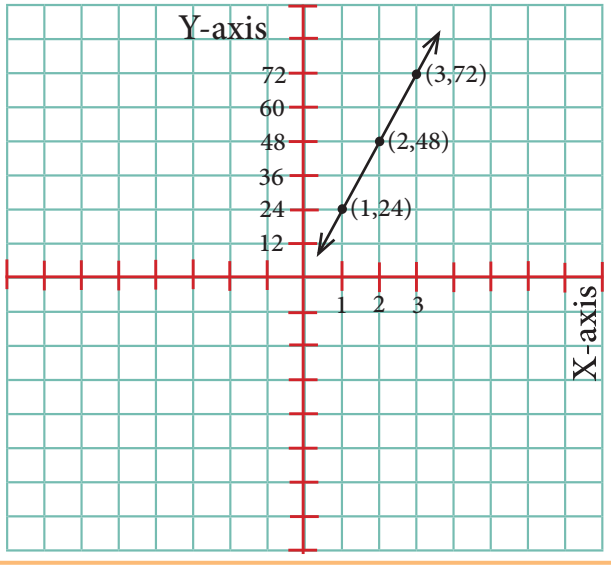
العنصر (المدخلة)	قاعدة الدالة	الصورة (المخرجة)	الزوج المرتب
X	Y=24X	Y	(X,Y)
1	24(1)	24	(1,24)
2	24(2)	48	(2,48)
3	24(3)	72	(3,72)

الخطوة الأولى : إنشاء الدالة:

نفرضُ زمن(عدد الساعات) طيران النحلة بالعنصر : X , والمسافة المقطوعة Y

تمثل بالدالة: $Y= 24X$

الخطوة الثانية : أنشئ جدول دالة:



الخطوة الثالثة : مثل الدالة في المستوى الاحداثي:

لكي نرسم دالة خطية بيانية يكفي أن نعيّن موقع نقطتين بيانياً من الدالة.

صل بين النقاط نلاحظ انه عندما تطير النحلة ساعتين تكون المسافة المقطوعة 48km وعندما تطير 3 ساعات تكون المسافة المقطوعة 72.

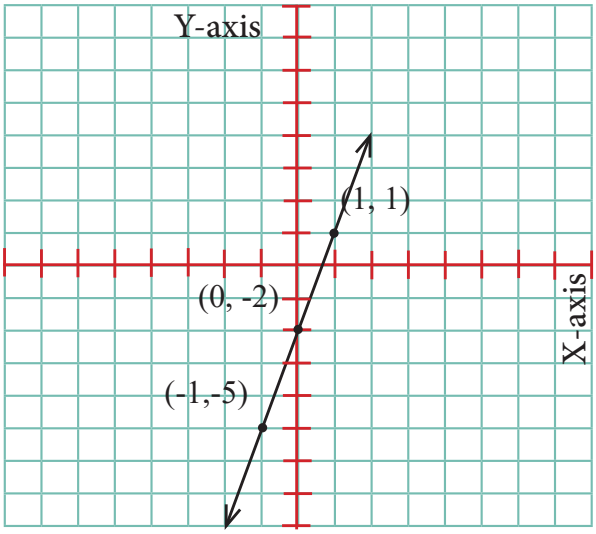
المعادلة الناتجة تمثل خطاً مستقيماً.

مثال (2) أمثل الدالة الخطية $y = 3x-2$ في المستوى الأحداثي.

الخطوة الأولى: انشىء جدول دالة خطية.

الزوج المرتب	الصورة (المخرجة)	قاعدة الدالة	العنصر (المدخلة)
(X,Y)	Y	y = 3x-2	X
(-1,-5)	-5	y = 3(-1)-2	-1
(0, -2)	-2	y = 3(0)-2	0
(1, 1)	1	y = 3(1)-2	1

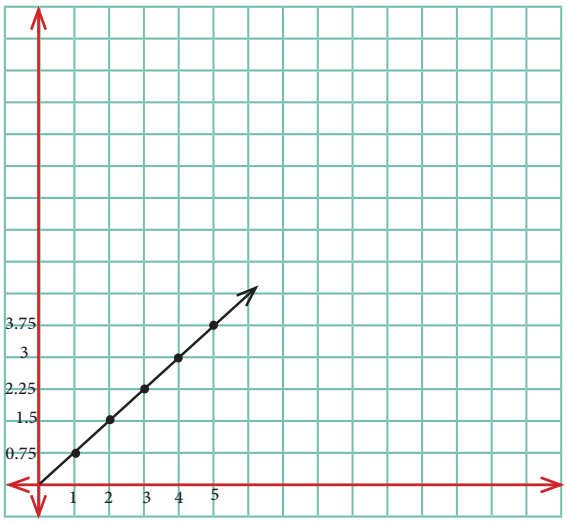
الخطوة الثانية: أمثل الدالة في المستوى الاحداثي.



[2-3-6] كتابة الدالة الخطية(معادلة المستقيم) من المخطط البياني
Writing the Linear Function (Equation of Straight Line) from the Graphs

مثال (3) في العام 2011 نجح مختبر علوم المريخ وكالة ناسا الفضائية في الهبوط بمختبر علمي متجول بحجم سيارة على سطح المريخ وبسرعة 0.75m في الثانية الواحدة، الرسم البياني يوضح دالة تبين المسافة التي هبط بها المتجول على الزمن المستغرق، أنشئ جدول دالة خطية ثم اكتب المعادلة الخطية التي تمثلها .

من خلال الرسم البياني نستطيع إنشاء جدول دالة حيث نفرض أن الزمن بـ x والمسافة بـ y يتكون جدول الدالة الخطية.



العنصر (المدخلة)	الصورة (المخرجة)
X	Y
1	0.75
2	1.50
3	2.25
4	3.00

من خلال الجدول المجاور نستنتج أن الدالة هي:

$y = 0.75x$

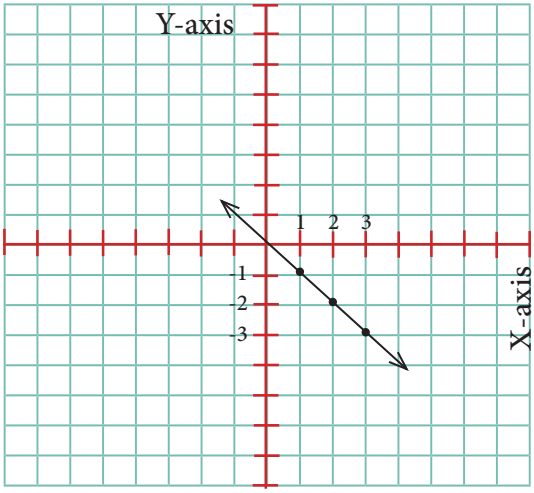
تأكَّدْ من فهمِكَ

مثل الدوال الخطية التالية في المستوي الاحداثي: الاسئلة 1-5 مشابه للمثالين 1-2

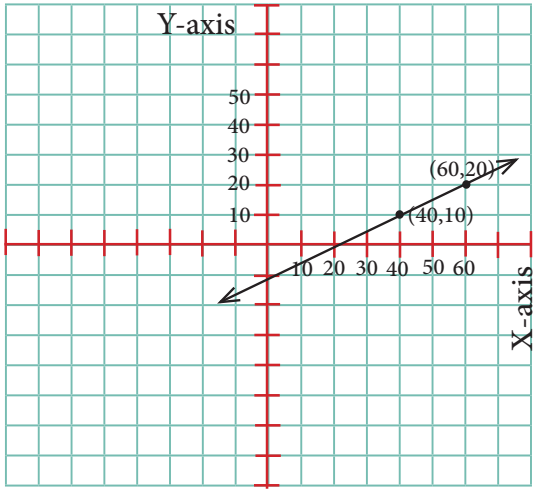
1 Y=X 2 Y=X-9 3 Y=X+2 4 $Y=\frac{3}{2}X$ 5 Y=12-X

أستعمل المخطط البياني في أدناه لأنشاء جدول الدالة وكتابة الدالة الخطية: الأسئلة 6 - 7 مشابه للمثال 3

6



7



مثل جدول الدوال الخطية التالية بالمستوي الأحداثي:

8

X	-2	-1	0	1	2
Y	-1	0	1	2	3

9

X	2	1	3	4
Y	4	3	5	6

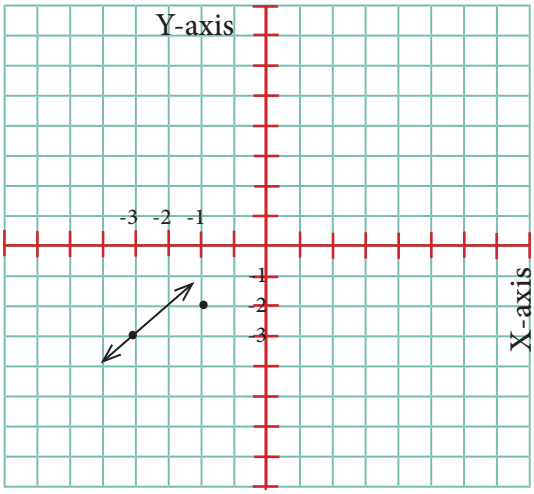
تدربْ وحلّ التمرينات

مثل الدوال الخطية التالية في المستوي الاحداثي:

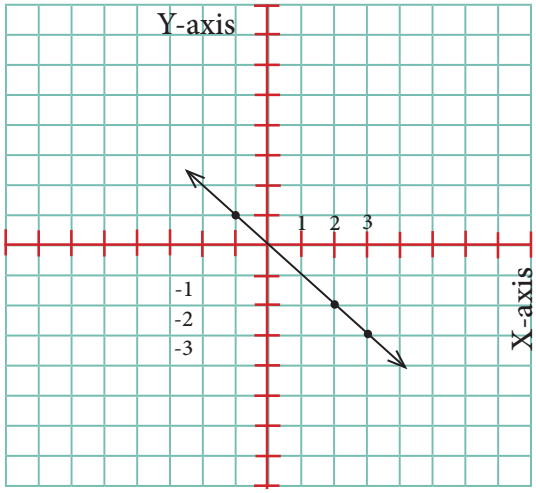
10 Y=7X 11 Y=3X-4 12 Y=X+4 13 Y=9X-0.5 14 $Y=\frac{X}{2}$

أستعمل المخطط البياني في أدناه لأنشاء جدول الدالة وكتابة الدالة الخطية:

15



16



مثل جدول الدوال الخطية التالية بالمستوي الأحداثي:

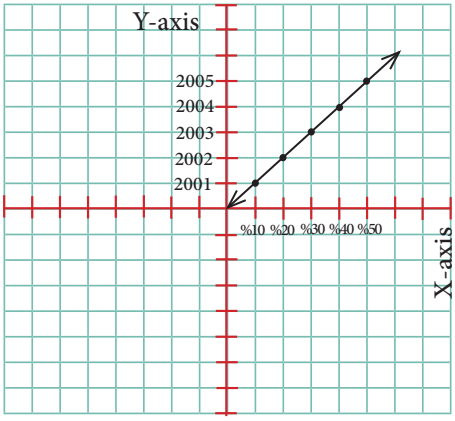
17

X	-2	-1	0	1	2
Y	2	1	0	-1	-2

18

X	2	1	3	4
Y	5	3	7	9

تدربْ وحلّ مسائلَ حياتيةً



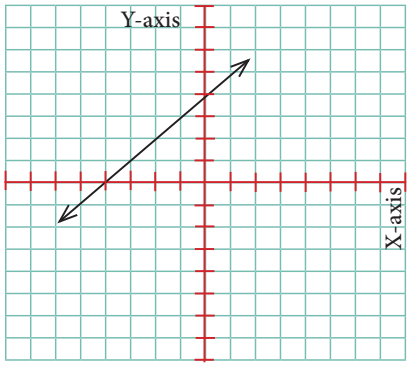
19 **إحصاء:** أراد صاحب شركة لصناعة الصابون أن يجري إحصائية للأرباح التي حصلت عليها الشركة خلال 5 سنين إذ وصلت الارباح الى 50%، اكتب جدول للدالة الخطية من المخطط البياني ثم أكتب المعادلة الخطية العامة للأرباح بالنسبة الى عدد السنوات.

20 **رياضة :** سجلت بشرى عدد من النقاط في نهاية لعبة كرة السلة بحيث كان عدد النقاط التي سجلتها بشرى في اللعبة السابقة أقل بـ 5 نقاط عن اللعبة الحالية.

أنشىء جدول دالة خطية ثم مثل الدالة الخطية في المستوي الاحداثي ثم أكتب المعادلة الخطية العامة للدالة.

21 **نقود :** اراد هشام شراء سيارة بـ 12 مليون ديناراً، فاذا كان معه 4 ملايين دينار. ولديه خطة لتوفير 2 مليون دينار سنوياً . اكتب دالة المبلغ الذي يوفره سنوياً. أرسم الدالة الخطية لتحديد عدد السنوات اللازمة ليوفر هشام المبلغ الكافي لشراء السيارة بعد تحديد جدول دالة خطية.مثل المعلومات اعلاة بجدول الدالة.

فَكِّرْ



22 **تحدٍّ:** عين نقاط في المستوي الاحداثي تحقق الدالة الخطية الموضحة بالمخطط البياني المجاور، ثم اكتب قاعدة الدالة.

23 **حسٌّ عدديٌّ :** عدد طبيعي ضربَ بـ 3 ثم طرح منه 5 بعد الضرب فكان الناتج الكلي مساوياً للعدد 70 .

ما المعادلة الخطية العامة للناتج الكلي بالنسبة للعدد الطبيعي؟

أُكتبْ

مسألة حياتية تطابق الدالة الخطية العامة (معادلة مستقيم). $y = 5x - 3$

الدرس [6-4]

الانعكاس والدوران في المستوى الاحداثي
Reflection and Rotation in the Coordinate Plane

فكرة الدرس
- تمثيل الانعكاس والدوران في المستوى الإحداثي.

المفردات
- التحويل الهندسي
- الانعكاس
- خط الانعكاس
- الدوران
- المستوى الاحداثي

تعلّم

يظهر في الصورة شكل طائر تنعكس صورته في الماء، فإذا حددت سحر ثلاث نقاط في الصورة الأصلية للطائر A,B,C فنجد النقاط التي يظهر ترتيبها في الماء C´ , B´ , A´.

[6-4-1] الانعكاس في المستوى الاحداثي
Reflection in the Coordinate Plane

التحويل الهندسي: هو احد فروع الهندسة الذي يدرس تعاريف الاشكال الهندسية الذي يحول كل نقطة في المستوى الاحداثي الى نقطة أخرى في المستوي نفسه.

الانعكاس: هو تحويل هندسي من شكلٍ ما الى صورة مرآته (المعكوسة) (يحافظ الأنعكاس على بنية الشكل).

خط الانعكاس: هو خط عمودي أو أفقي.

مثال (1) i) جد انعكاس النقاط A,B,C التي حددتها سحر.

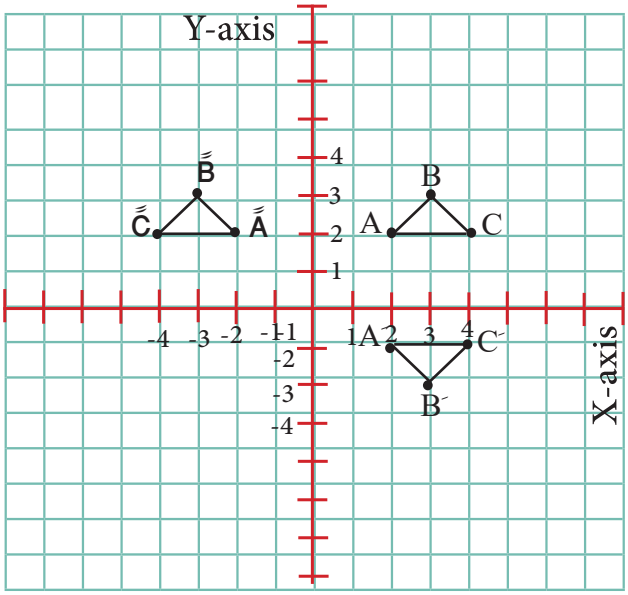
الخطوة الاولى : نحدد الازواج المرتبة التي تمثل النقاط A , B , C فتكون :

A(2,2) , B(3,3) , C(4,2)

الخطوة الثانية : نحدد خط الانعكاس وليكن X-axis ثم نحدد عدد الوحدات بين كل راس وخط الانعكاس

الخطوة الثالثة: نعين نقطة لكل راس في الجهة الاخرى من خط الانعكاس بالبعد نفسه فيصبح A´(2,-2), B´(3,-3), C´(4,-2) وبصورة عامة انعكاس أي نقطة عندما يكون خط الانعكاس محور السينات هو :

$$R_x [(x,y)] = (x ,-y)$$



ii) جد انعكاس النقاط . A(2,2) , B(3,3) , C(4,2) على محور Y-axis.

النقاط بعد الأنعكاس هي A´ (-2,2), B´ (-3,3), C´ (-4,2) .

وبصورة عامة انعكاس أي نقطة عندما يكون خط الانعكاس محور الصادات هو :

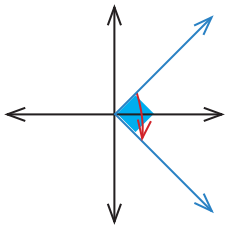
$$R_y [(x,y)] = (-x,y)$$

[6-4-2] الدوران في المستوى الاحداثي
Rotating in the Coordinate Plane

لدى مراد ساعة مربعة الشكل معلقة على جدار غرفته اراد ان يجري دوراناً للساعة بـ $90°$ حول نقطة الاصل باتجاه عقارب الساعة.

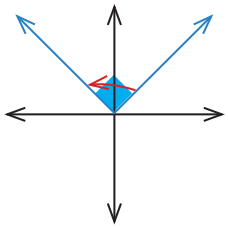
الدوران: هو تحويل هندسي يحول النقطة (0,0) الى نفسها ويحول اي نقطة أخرى مثل A الى النقطة A' حسب قياس زاوية الدوران وأتجاهها .

مثال (2) ماصورة دوران النقطة (1,2) تحت تأثير الدوران؟



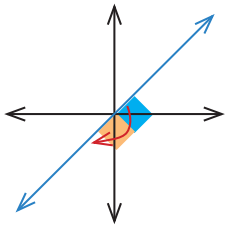
أ- دوران بزاوية قياسها $90°$ حول نقطة الاصل باتجاه عقارب الساعة:

نطبّق القاعدة الآتية: $R_{90°}[(x,y)]=(y,-x)$ مثلاً $R_{90°}[(1,2)]=(2,-1)$



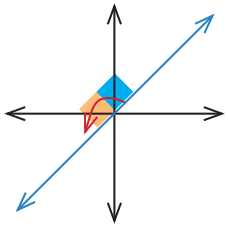
ب - دوران بزاوية قياسها $90°$ حول نقطة الاصل باتجاه عكس عقارب الساعة:

نطبّق القاعدة الآتية: $R_{90°}[(x,y)]=(-y,x)$ مثلاً $R_{90°}[(1,2)]=(-2,1)$



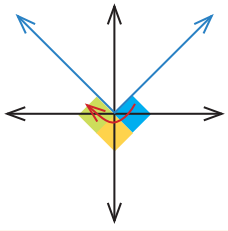
جـ - دوران بزاوية قياسها $180°$ حول نقطة الاصل باتجاه عقارب الساعة:

نطبّق القاعدة الآتية: $R_{180°}[(x,y)]=(-x,-y)$ مثلاً $R_{180°}[(1,2)]=(-1,-2)$



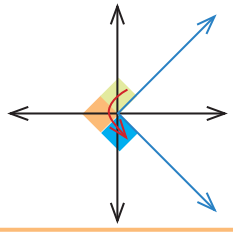
د- دوران بزاوية قياسها $180°$ حول نقطة الاصل باتجاه عكس عقارب الساعة:

نطبّق القاعدة الآتية: $R_{180°}[(x,y)]=(-x,-y)$ مثلاً $R_{180°}[(1,2)]=(-1,-2)$



هـ - دوران بزاوية قياسها $270°$ حول نقطة الاصل باتجاه عقارب الساعة:

نطبّق القاعدة الآتية: $R_{270°}[(x,y)]=(-y,x)$ مثلاً $R_{270°}[(1,2)]=(-2,1)$



و- دوران بزاوية قياسها $270°$ حول نقطة الاصل باتجاه عكس عقارب الساعة:

نطبّق القاعدة الآتية: $R_{270°}[(x,y)]=(y,-x)$ مثلاً $R_{270°}[(1,2)]=(2,-1)$

تأكَّدْ من فهمِكَ

أنسخ الاشكال في المستوى الاحداثي ثم أرسم صورته في الانعكاس حول خط الانعكاس إذا كانت النقاط :

الاسئلة 1-3 مشابه للمثال 1

1 A (2,2) , B (4,4) , C(4,2) خط الانعكاس هو x-axis

2 A (-5,2) , B (-2,3) , C(-4,6) خط الانعكاس هو y-axis

3 A (1,1) , B (2,3) , C(5,3) , D(3,1) خط الانعكاس هو x-axis

أذا كانت النقطة (1- , 2) فجد صورتها :

الأسئلة 8 - 4 مشابه للمثال 2

4 تحت تأثير دوران بزاوية 90° حول نقطة الاصل باتجاه عكس عقرب الساعة.

5 تحت تأثير دوران بزاوية 180° حول نقطة الاصل باتجاه عقرب الساعة.

6 تحت تأثير دوران بزاوية 270° حول نقطة الاصل باتجاه عقرب الساعة.

7 إذا كانت A (1,-2) , B (3,-2) , C (1,-4) رؤوس مثلث، اوجد دوران حول نقطة الاصل وبزاوية 90° باتجاه عقرب الساعة.

8 النقاط (2، 2-)، (2، 4-)، (4، 2-)، (4، 4-) تمثل مربعاً، جد صورته تحت تأثير دوران بزاوية 90° باتجاه عقارب الساعة وعكس عقارب الساعة. ثم جد مساحة المربع ومساحة صورته، ماذا تلاحظ؟

تدربْ وحلّ التمرينات

أنسخ الاشكال في المستوى الاحداثي ثم أرسم صورته في الانعكاس حول خط الانعكاس إذا كانت النقاط :

9 A (1,1) , B (6,1) , C(1,5) خط الانعكاس هو x-axis

10 A (-3,3) , B (-1,3) , C(-2,1) خط الانعكاس هو y-axis

11 A (-3,2) , B (-2,4) , C(-1,4) , D(-1,2) خط الانعكاس هو y-axis

لديك النقطة (1- , 2) جد صورتها :

12 تحت تأثير دوران بزاوية 270° حول نقطة الاصل باتجاه عكس عقرب الساعة.

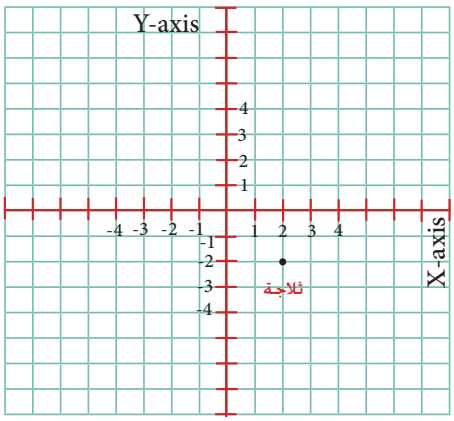
13 تحت تأثير دوران بزاوية 90° حول نقطة الاصل باتجاه عقرب الساعة.

14 تحت تأثير دوران بزاوية 180° حول نقطة الاصل باتجاه عكس عقرب الساعة.

15 اذا كانت النقاط (1- ,3) ،(4, 1-)، (3, 1) تمثل مثلثاً، جد صورة المثلث تحت تأثير دوران بزاوية 180° باتجاه عكس عقارب الساعة، ثم باتجاه عقارب الساعة.

تدربْ وحلّ مسائلَ حياتيةً

16 **وقفة العلم:** في يوم الخميس وقف طلاب الصف الثاني متوسط لتحية العلم فقرر كريم الذي يقف عند النقط (3، 3-) ان يدور بزاوية مقدارها 270° حول نقطة الاصل باتجاه عقارب الساعة فما النقطة التي يقف عندها كريم بعد الدوران؟



17 يظهر الرسم المجاور موقعاً لثلاجة في النقطة (2- ،2) اراد جميل ان يحركها بزاوية 180° بعكس عقارب الساعة ، جد النقطة التي ستمثل موقع الثلاجة الجديد.

18 حدد المحافظة التي تمثل انعكاس محافظة المثنى بزاوية 90° درجة عكس عقارب الساعة، مع عقارب الساعة.

فَكِّرْ

19 **تحدٍّ:** افرض ان النقطة (4، 3-) هي صورة للنقطة (4 ، 3) في انعكاس ، حدد على أي محور تم الأنعكاس؟

20 **حسٌّ عدديٌّ :** أي زاوية دوران يكون فيها صورة نقطة نفسها بأتجاه أو عكس اتجاه عقارب الساعة ؟

21 **أصحح الخطأ :** يقول مهند أن أنعكاس النقطة (2، 3-) حول محور السينات هو النقطة (3 ، 2-) ، صحح خطأ مهند.

أُكتبْ

خطوات إيجاد احداثيات صورة النقطة (3، 3-) في الانعكاس حول محور الصادات.

الدرسِ [6-5]

الانسحاب في المستوي الاحداثي
Translation in the Coordinate Plane

فَكِّرْ ةُ الدرسِ
- الانسحاب في المستوي الاحداثي.

المفردات
- الانسحاب.
- المستوي الأحداثي

تَعَلَّمْ

أزاحَ مهدي مكتبه من جانب الغرفة الى الجانب الآخر، هذه الحركة مثال على مفهوم الانسحاب.

الانسحاب : هو انتقال الشكل من موقع الى اخر، دون تدويره. ولا ينتج عن ذلك تغير في قياسات شكله.

[6-5-1] - الانسحاب الى اليمين او الى اليسار - الانسحاب الى الاعلى او الى الاسفل
Translation to Right or Left — Translation to Up or Down

مثال (1) جد احداثيات النقطة A(3,4) بالانسحاب:

i) وحدتان الى اليمين. ii) 5 وحدات الى اليسار.

تحرك النقطة A(3,4) وحدتين نحو اليمين تحصل على

$A'(5,4) = A'(3+2, 4)$

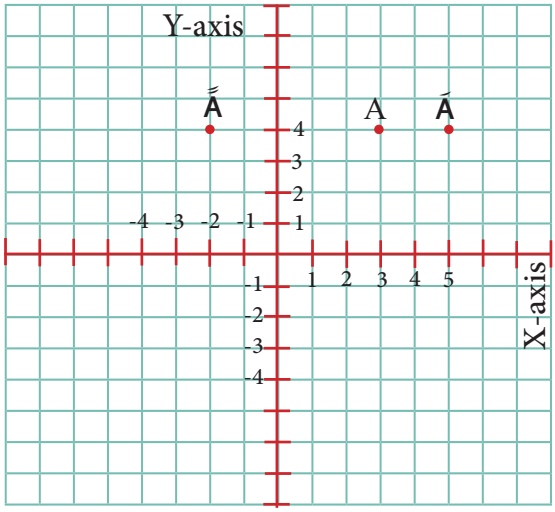
تحرك النقطة A(3,4) خمسة وحدات نحو اليسار تحصل على

$A''(-2,4) = A''(3-5, 4)$

وبصورة عامة: انسحاب (x,y) بموازات محور السينات

$$T_x[(x,y)] = (x+a, y)$$

إذا كان الانسحاب نحو اليمين فإن $a > 0$, إذا كان الانسحاب نحو اليسار فإن $a < 0$



مثال (2) جد احداثيات النقطة A(3,4) بالانسحاب:

i) وحدتان الى الأعلى. ii) 5 وحدات الى الأسفل.

تحرك النقطة A(3,4) وحدتين نحو الأعلى تحصل على

$A'(3,6) = A'(3,4+2)$

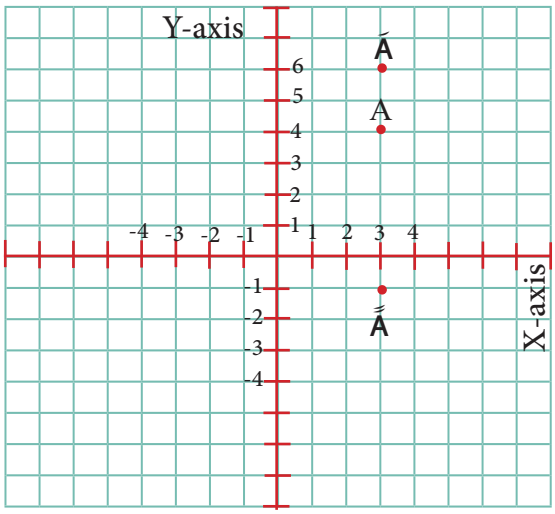
تحرك النقطة A(3,4) خمسة وحدات نحو الأسفل تحصل على

$A''(3,-1) = A''(3,4-5)$

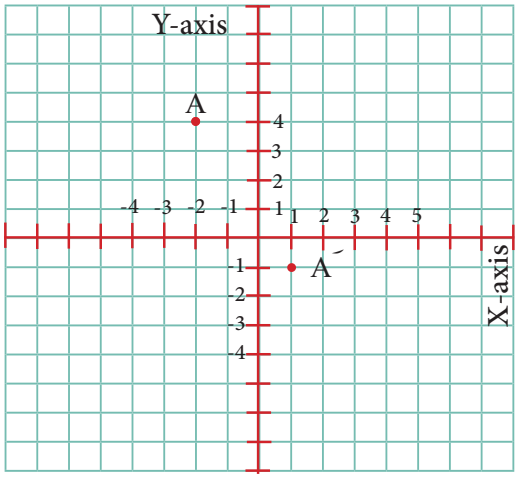
وبصورة عامة: انسحاب (x,y) بموازات محور الصادات

$$T_y[(x,y)] = (x, y+b)$$

إذا كان الانسحاب نحو الأعلى فإن $b > 0$, إذا كان الانسحاب نحو الأسفل فإن $b < 0$



مثال (3) جد احداثيات النقطة A(-2,4) بالانسحاب 3 وحدات الى اليمين , 5 وحدات نحو الأسفل.



تحرك النقطة A(-2,4) ثلاثة وحدات نحو اليمين وخمسة وحدات نحو الأسفل فنحصل على

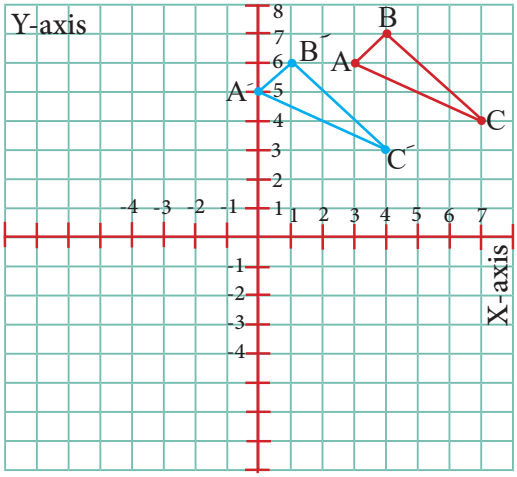
$A'(-2+3, 4-5) = A'(1, -1)$

وبصورة عامة: انسحاب (x,y) بانسحاب مائل

$$T_{xy}[(x,y)] = (x+a, b+y)$$

مثال (4) المثلث ABC مثلث رؤوسه A (3,6) ، B (4,7) ، C (7,4)

جد انسحابة 3 وحدات نحو اليسار ووحدة واحدة نحو الأسفل.



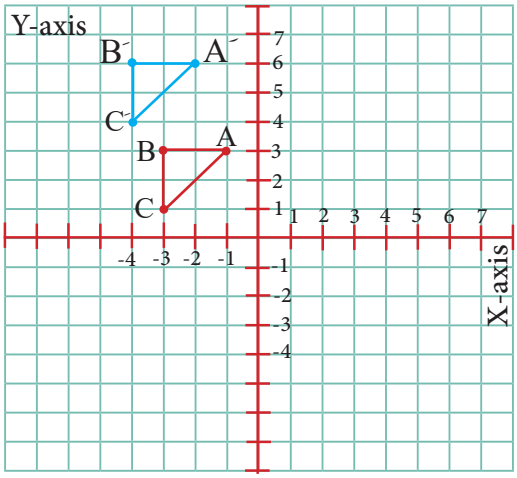
$T_{xy}[(3,6)] = (3-3, 6-1) = A'(0,5)$

$T_{xy}[(4,7)] = (4-3, 7-1) = B'(1,6)$

$T_{xy}[(7,4)] = (7-3, 4-1) = C'(4,3)$

مثال (5) المثلث ABC مثلث رؤوسه A (-1,3) ، B (-3,3) ، C (-3,1)

جد انسحابة وحدة واحدة نحو اليسار وثلاثة وحدات نحو الأعلى:



$T_{xy}[(-1,3)] = (-1-1, 3+3) = A'(-2,6)$

$T_{xy}[(-3,3)] = (-3-1, 3+3) = B'(-4,6)$

$T_{xy}[(-3,1)] = (-3-1, 1+3) = C'(-4,4)$

تأكَّدْ من فهمِكَ

مثل النقاط التالية وصورها في المستوي الأحداثي:

الاسئلة 1-3
مشابه للأمثلة 1-3

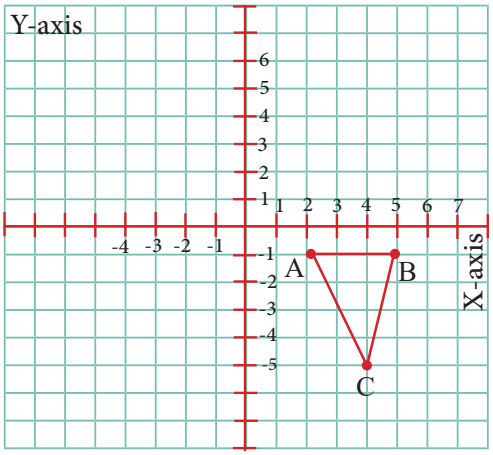
1 بأنسحاب النقطة (3,5) A , أربع وحدات نحو اليسار.

2 بأنسحاب النقطة (-2,4) B , وحدتان نحو الأعلى.

الأسئلة 4-5
مشابه للمثالين 4,5

3 بأنسحاب النقطة (-2,4) C , وحدة واحدة نحو اليمين , ووحدتين نحو الأسفل .

4 جد أنسحاب المثلث A B C إذ A (2,3) , B (-1,4) , C (0,2) بمقدار ثلاثة وحدات نحو الأسفل ثم مثله وصورته في المستوي الأحداثي.



5 أنسخ المثلث ABC ثم حدد الازواج المرتبةفي المستوي الاحداثي ثم جد أنسحابه 3 وحدات نحو اليمين ، وحدتان نحو الأسفل.

تدربْ وحلّ التمرينات

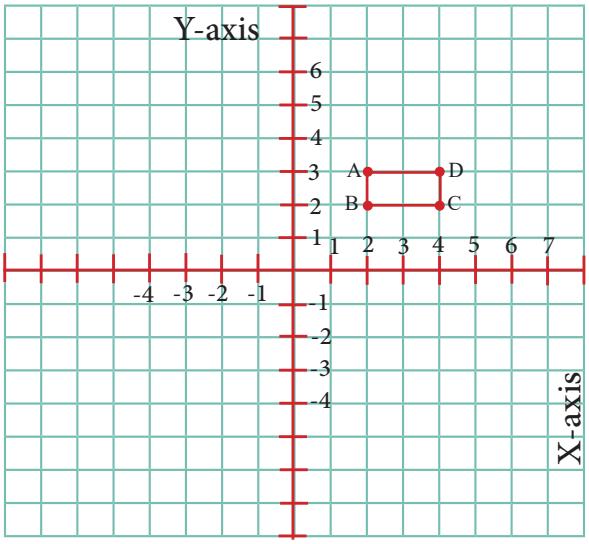
مثل النقاط التالية وصورها في المستوي الأحداثي:

6 بأنسحاب النقطة (-2, -1) A , ثلاثة وحدات نحو اليمين.

7 بأنسحاب النقطة (-2,4) B , وحدتين نحوالأسفل.

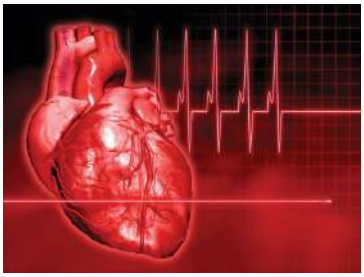
8 بأنسحاب النقطة (-1,-2) C , وحدة واحدة نحو اليسار , ووحدتان نحو الأعلى .

9 جد أنسحاب المربع A B C D إذ A (2,3) , B (-1,3) , C (-1,0) , D (2,0) بمقدار وحدتين نحو اليمين . ثم مثله وصورته في المستوي الأحداثي.

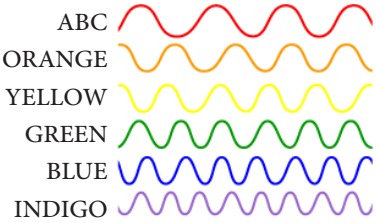


10 أنسخ المستطيل ABCD ثم حدد الأزواج المرتبة ثم جد صورة أنسحاب اللوحة مائلاً بوحدتين الى اليمين وثلاث وحدات الى الأسفل.

تدربْ وحلّ مسائلَ حياتيةً



11 **علم الاحياء:** تطبيق في علم الأحياء في الشكل أدناه تخطيطٌ لقلب إنسان، أين التكرار في المخطط ، وأين تمت عملية انسحاب المخطط؟ وعدد الانسحابات.



12 **موجات الضوء:** في الشكل موجات للضوء هل هناك عملية انسحاب للموجة ABC وكم وحدة الى جهة اليمين؟

13 **موجاتٌ:** هناك موجات تحدث في البحر فإذا كانت النقطة(-2,5) على رأس الموجة، أُجري انسحاب للموجة فتكونت الصورة (8,2)، فكم وحدة أجرى الانسحاب المائل، وما هي جهات الانسحاب؟

14 **رسمُ :** رسمت رغد سلسلة جبلية من اربعة جبال فرسمت الجبل الاول وارادت ان ترسم الجبل الثاني بشكل صورة انسحاب للجبل الاول بوحدتين الى اليمين ووحدة الى الاعلى،فما صورة انسحاب الجبل إذا علمت أن نقاط الجبل الاول A(3,3),B(3,0),C(0,0) .

فَكِّرْ

15 **تحدٍّ:** ما احداثيات النقطة (X,Y) بالانسحاب m وحدة الى اليمين، و n وحدة الى الاعلى.

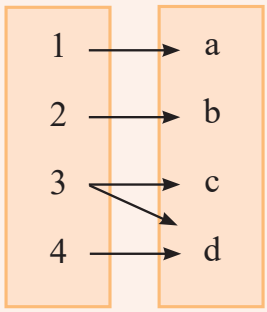
16 **استنتاجٌ :** أجري انسحاباً فكانت النقطة (-4,6) على شكل ما، ثم انسحاب آخر للصورة الناتجة فكانت النقطة (-6,4) دون استعمال الرسم؟ ما هي الصورة النهائية بعد إجراء انسحابين ؟ فسر اجابتك.

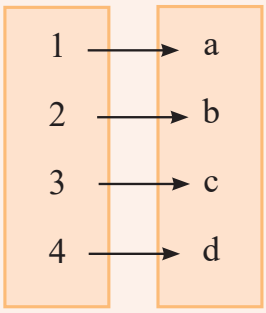
17 **هندسةٌ :** عند إجراء انسحاب للمعين ABCD الذي رؤوسه A(2,-1),B(3,-3),C(2,-4),D(1,-3) كان احداثي الرأس A بعد الانسحاب A´ (4,-3) صف B´ , C´ , D´ بعد الانسحاب .

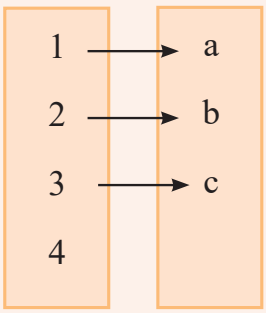
أُكتبْ

مسألة حياتية تستعمل فيها انسحاباً لشكل معين . ثم حل المسألة.

بين أتمثل العلاقات التالية دالة أم لا ؟ أذكرالسبب

1


2


3


مثل جدول الدالة بالمستوي الاحداثي؟ ثم صل بين النقاط

4

X	1	2	3	4
Y	20	40	60	80

5

X	-1	0	1	2
Y	4	5	6	7

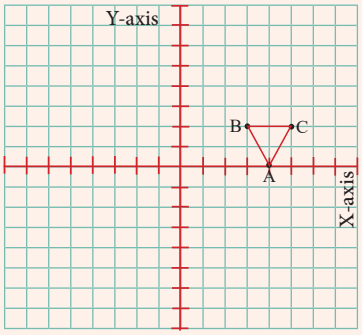
6 من خلال المدخلات والمخرجات جد قاعدة الدالة .

مثل الدالة الخطية فيما يأتي:

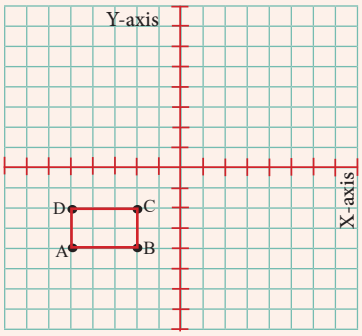
X	-2	-1	0	1
Y	-3	-2	-1	0

7 عند دوران النقطة (2 , 3-) بزاوية 90° باتجاه عكس عقارب الساعة، ما النقطة التي ستحصل عليها؟

8 انسخ ثم جد صورة انسحاب الشكل بوحدة الى الاسفل و 4 وحدات الى اليسار.



9 انسخ ثم جد صورة دوران الشكل بزاوية مقدارها 270° باتجاه عقارب الساعة



الفصلُ 7

الأحصاء والاحتمالات
Statistics and Probabilities

الدرس 7-1 مقياس النزعة المركزية والمدى.

الدرس 7-2 تمثيل البيانات ببيان الشاربين

الدرس 7-3 التجربة العشوائية

الدرس 7-4 الحدث

الدرس 7-5 الأحتمالات

الدرس 7-6 الاحتمال التجريبي والاحتمال النظري

الدرس 7-7 خطة حل المسألة (تمثيل المسألة)

يعكف الأحصائيون على دراسة البيانات الأحصائية من خلال تمثيلها بطرائق مختلفة وتفسيرها ليتمكنوا من معرفة أفضل الأختيارات واستخدامها .

أختر الكلمة المناسبة في اللائحة المجاورة لكي تكون جملة صحيحة :

1 .....هو الفرق بين اكبر قيمة واصغر قيمة في المجموعة المعطاة . المنـــوال

2 ..... هي القيمة التي تتكرر اكثر من غيرها في المجموعة المعطاة الوسيط

3 ..... هي القيمة التي تتوسط مجموعة البيانات المعطاة بعد ترتيبها تصاعدياً او تنازلياً . الـــمدى

4 .....هي القيمة التي تساوي مجموع القيم المعطاة مقسوماً على عددها . الوسط الحسابي

رتب مايلي تصاعدياً (من الأصغر الى الأكبر):

5 9 ، 7 ، 6 ، 9 ، 8 ، 8 ، 6 ، 9

6 99 ، 97 ، 97 ، 100 ، 99 ، 90 ، 90 ، 97

أختر الأجابة الصحيحة من بين القوسين لكل مما يأتي :

7 بغداد عاصمة جمهورية العراق (ممكن ، مؤكد)

8 احتمال سحب كرة حمراء من كيس فية كرات بيضٌ فقط هي (50% ، 0%)

9 بطاقات مرقمة من 1 الى 9 نسبة البطاقات التي تحمل ارقام زوجية هي (اقل من 50 % ، 0%)

10 اذا كان العدد 3 يمثل الساق والعدد 4 يمثل الورقة فان العدد هو (34، 43)

11 مثل البيانات في الجدول المجاور بطريقة الساق والورقة

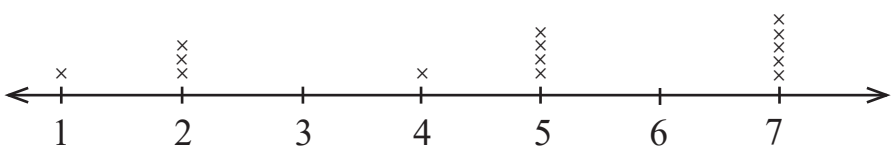
65	70	68	76	65
72	69	74	71	69
76	65	71	72	68

جد الوسيط والمنوال والمدى لكل مما يأتي:

12 4 ، 5 ، 0 ، 2 ، 3 ، 8 ، 1، 6 ، 2

13 87 ، 30 ، 55 ، 15 ، 12 ، 71 ، 77

14 من التمثيل المجاور بالنقاط:



الدرسِ [7-1]

مقياس النزعة المركزية والمدى
Measures of Central Tendency and Range

فَكِّرْ: الدرسِ
- إيجاد مقياس النزعة المركزية و المدى مستخدماً التمثيل بالساق و الورقة

المفردات
- المتوسط
- الساق
- الوسيط
- الورقة
- المنوال
- المدى

تَعَلَّمْ

يبين الجدول المجاور درجات بعض طلاب الصف الثاني متوسط في مادة الرياضيات أوجد :

1- المدى 2 - الوسيط

3- المنوال 4 - المتوسط الحسابي

درجات الطلاب				
95	90	85	90	98
88	81	90	79	79
72	90	99	94	75

تعلمت سابقاً تمثيل البيانات بطريقة الساق والورقة لمجموعة واحدة ، في هذا الدرس سنتعلم تمثيل مجموعتين بطريقة الساق والورقة والمقارنة بينهما. ويمكنك ايجاد مقايس التشتت و النزعة المركزية من خلال التمثيل بالساق والورقة .

مثال (1) استعمل التمثيل بالساق والورقة للاجابة عن فقرة تعلم

خطوة (1) : استعمل التمثيل بالساق والورقة لعرض البيانات بعد ترتيبها تصاعدياً.

الأوراق (مرتبة الآحاد)	الساق (مرتبة العشرات)
2 5 9 9	7
1 5 8	8
0 0 0 0 4 5 8 9	9

خطوة (2) : استعمل التمثيل بالساق والورقة للاجابة عن :

1 القيمة الكبرى = 99 القيمة الصغرى = 72

المدى = القيمة الكبرى - القيمة الصغرى

المدى = 72 - 99

= 27

2 الوسيط = 90 (القيمة الواقعة في منتصف البيانات في جدول الساق و الورقة)

3 المنوال = 90 (هي الدرجة الاكثر تكراراً)

4 الوسط الحسابي يساوي = $\frac{72 + 75 + \ldots\ldots + 99}{15}$

= 87

يمكن مقارنة مجموعتين من البيانات بالتمثيل المزدوج للساق والورقة.

مثال (2) يبين الجدول المجاور تمثيل الساق والورقة لدرجات بعض الطلاب في مادتي الرياضيات والفيزياء

الورقة (الرياضيات)	الساق	الورقة (الفيزياء)
3	7	1 5 8
8 7 6 3 3 2 0	8	2 4 4 8 9
7 6 5 1 0 0	9	0 3 5 6 9

i) أي الموضوعين مداه اكبر ؟

مدى مجموعة الرياضيات $97-73 = 24$

مدى مجموعة الفيزياء $99-71 = 28$

لذا مدى مجموعة الفيزياء اكبر من مدى مجموعة الرياضيات

ii) وسيط مجموعة الرياضيات هو 88 اما الوسيط لمجموعة الفيزياء فهو 88

iii) ما اعلى درجة في موضوع الرياضيات ؟ 97

iv) ما اقل درجة في موضوع الفيزياء ؟ 71

مثال (3) أجريت مقارنة على المسافة التي تقطعها 9 سيارات بالكيلومترات داخل المدينة وعلى الطريق العام فكان الجدول أدناه.

	المسافة بالكيلومترات								
داخل المدينة	34	31	23	19	20	31	41	23	28
الطريق العام	27	30	32	28	38	41	32	38	28

i) أنشئ التمثيل المزدوج بالساق والورقة بالبيانات اعلاه.

الطريق العام	الساق	داخل المدينة
	1	9
8 8 7	2	0 3 3 8
8 8 2 2 0	3	1 1 4
1	4	1

ii) جد الوسيط والمنوال والمدى لكل منهما.

	الطريق العام	داخل المدينة
الوسيط	32	28
المنوال	28,32,38	23 , 31
المدى	41-27=14	41-19=22

iii) أي المجموعتين مداه أكبر؟

مجموعة السيارات داخل المدينة مداها = 22

مجموعة سيارات الطريق العام مداها = 14

لذا مجموعة السيارات داخل المدينة مداها أكبر.

تأكَّدْ من فهمِكَ

الجدول المجاور يبين درجات الحرارة لبعض الأيام

درجات الحرارة سليليزية				
24	30	36	32	38
2	31	35	13	15
38	32	38	38	13

1 استعمل التمثيل بالساق والورقة لتمثيل البيانات

2 اوجد : المدى ، الوسيط ،المنوال للبيانات

3 اوجد : الوسط الحسابي للبيانات

الأسئلة : (1-3) مشابه للمثال 1

يبين تمثيل الساق والورقة المجاور عدد النقاط التي حصل عليها مجموعتين من الفرق المدرسية في لعبة كرة السلة

المجموعة (2)	الساق	المجموعة (1)
0	4	7 8 8
6 4 3 1	5	0 0 2 3 7
9 8 6	6	1 6
2 1	7	
3	8	4

4 جد : (المدى ، الوسيط ، المنوال) لبيانات المجموعة الاولى

5 أي المجموعتين مداه أصغر ؟

6 قارن بين الوسيطين للمجموعتين.

الأسئلة : (4-6) مشابه للمثال 2

7 أنشىء التمثيل المزدوج بالساق والورقة ثم جد : المدى ، الوسيط ، المنوال لبيانات النوعين.

أطوال النباتات بالسنتمرات							
النوع الأول	43	52	45	63	72	64	49
النوع الثاني	61	52	58	64	54	58	54

8 أي المجموعتين مداها أكبر؟

الأسئلة : 7 , 8 مشابه للمثال 3

تدربْ وحلّ التمرينات

استعمل تمثيل الساق والورقة المجاور وجد ما يأتي:

الورقة	الساق
8 9	0
0 2 4 6 8	1
7	2
4	3

9 المدى ، الوسيط ، المنوال للبيانات

10 الوسط الحسابي للبيانات

يمثل الجدول أدناه عدد زوار المتحف البغدادي في اسبوعين متتالين:

عدد زوار المتحف البغدادي							
الأسبوع الأول	44	50	36	63	70	61	58
الأسبوع الثاني	40	52	30	66	70	59	50

11 استعمل التمثيل المزدوج بالساق والورقة لتمثيل البيانات

12 اوجد : المدى ، الوسيط ، المنوال لبيانات الاسبوع الاول

13 اوجد : الوسط الحسابي للبيانات لكل اسبوع . ماذا تلاحظ ؟ فسر اجابتك.

تدربْ وحلّ مسائلَ حياتيةً

سرعة: الجدول المجاور يبين سرعة بعض السيارات على الطرق

14 استعمل التمثيل بالساق والورقة لتمثيل البيانات

15 جد المدى ،الوسيط ، المنوال للبيانات

16 جد الوسط الحسابي للبيانات

سرعة السيارات Km/h				
69	65	71	76	65
59	74	68	74	72
70	65	69	71	68

طعام : استعمل تمثيل الساق والورقة المجاور واجد ما يأتي:

17 ما اعلى كمية دهون في كل نوع ؟

18 اي نوعين يحتوي كمية اقل من الدهن بصورة عامة ؟

19 جد الوسيط لكلا الفطيرتين وقارن بينهما .

كمية الدهن في فطائر اللحم والدجاج%		
دجاج	الساق	لحم
1	0	8 9
9 5	1	0 2 4 6 7
7 6 5	2	7
4 3	3	
1	4	0

فَكِّرْ

20 اعط مثالاً على مجموعة بيانات لها نفس الوسيط والمنوال .

21 **اكتشف الخطأ:** الجدول المجاور يمثل أوزان بعض المواد بالكيلو غرام ، يحاول محمد ومهند تحليل البيانات الممثلة بالساق والورقة يقول محمد ان نصف الاوزان بين 30،40 كيلو غرام ويقول مهند انه لا يوجد اي وزن يزيد عن 70 كيلو غرام أيهما على صواب ؟ وضح اجابتك

الوزن بالكيلو غرام	
الساق	الورقة
3	4 5 6
4	
5	6
7	2 8

22 **درجات :** الجدول أدناه يمثل درجات أمتحان شعبتين في موضوع الرياضيات

23 استعمل البيانات في التمثيل المزدوج بالساق والورقة وأجب:

24 ما الوسيط في شعبة A ؟

25 ما المنوال في شعبة B ؟

أي الشعبتين مداها أصغر؟

درجات طلاب الشعبتين							
الشعبة A	90	80	77	52	73	81	66
الشعبة B	90	66	84	60	99	60	80

أُكتبْ

مسألة يمكن حلها بتحليل التمثيل المزدوج بالساق والورقة ، وضح كيف يمكنك استعماله لايجاد المدى، الوسيط ، المنوال .

الدرسِ [7-2]

تمثيل البيانات ببيان الشاربين
Representation the Data by Box - whisker

فَكِّرْ الدرسِ
- تمثيل البيانات ببيان الشاربين
- مقارنة بين الشاربين

المفردات
- بيان الشاربين
- الربيع الاعلى
- الربيع الأدنى
- المدى الربيعي

تَعَلَّمْ

سجل أحد لاعبي كرة السلة في كل مباراة النقاط التالية :

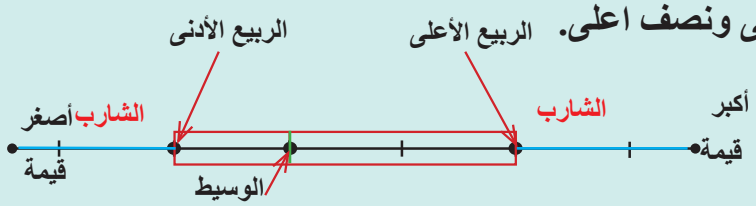
35 ، 37 ، 40 ، 35 ، 38 ،

46 ، 46 ، 42 ، 37 ، 40

كيف أمثل البيانات ببيان الشاربين ؟

[7-2-1] بيان الشاربين Box and whisker Graph

لكي تنشئ بيان الشاربين ، يجب تقسيم البيانات بعد ترتيبها الى اربعة اقسام ، باستعمال الربيعات ، الوسيط او الربيع الاوسط يقسم البيانات الى النصف ادنى ونصف اعلى.



الوسيط في النصف الادنى : هو الربيع الادنى

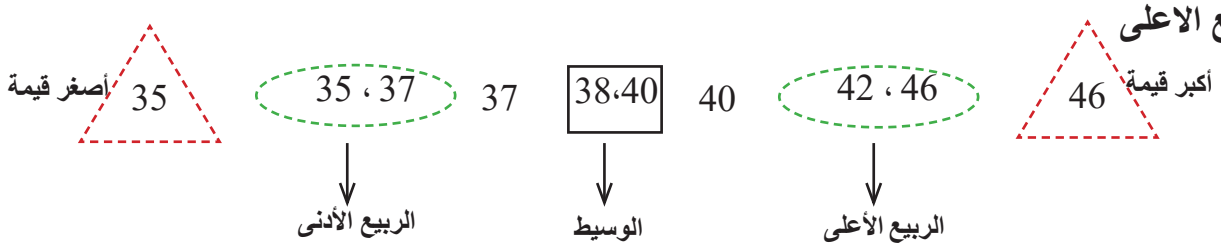
الوسيط في النصف الاعلى : هو الربيع الاعلى

هذه التقسيمات توزع على مستقيم الاعداد

مثال (1) انشئ بيان الشاربين للبيانات الآتية :

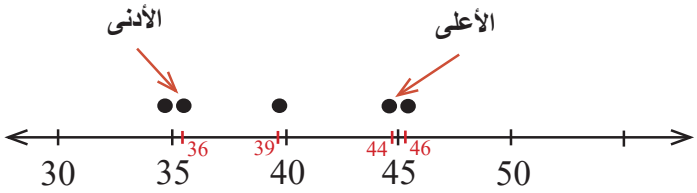
35 ، 37 ، 40 ، 35 ، 38 ، 46 ، 46 ، 42 ، 37 ، 40

الخطوة (1): رتب البيانات تصاعديا ، حدد القيمة الصغرى والكبرى ثم الوسيط وبعدها الربيع الادنى والربيع الاعلى



$\frac{35+37}{2}=36$ $\quad\frac{40+38}{2}=39$ $\quad\frac{42+46}{2}=44$

الخطوة (2): أرسم مستقيم الأعداد وأضع فوقه نقطة لكل قيمة وجدت في الخطوة (1).



الخطوة (3): ارسم مستطيلا بدءاً من الربيع الادنى وانتهاء عند الربيع الاعلى ، ارسم داخل المستطيل خط مستقيم يدل على الوسيط ، ثم ارسم الشاربين من القيمة الصغرى والقيمة الكبرى حتى المستطيل .

المدى الربيعي = الربيع الاعلى - الربيع الادنى

المدى الربيعي = 8 = 36 - 44 (يساوي طول المستطيل)

مثال (2) انشى بيان الشاربين للبيانات الآتية :

33 ، 35 ، 37 ، 49 ، 38 ، 46 ، 42 ، 40 ، 35 ، 46 ، 37

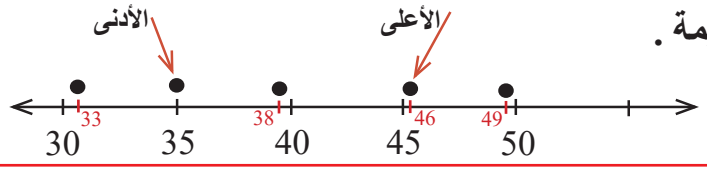
رتب البيانات تصاعديا ، حدد القيمة الصغرى والكبرى ثم الوسيط وبعدها الربيع الادنى والربيع الاعلى

أصغر قيمة 33 — أكبر قيمة 49

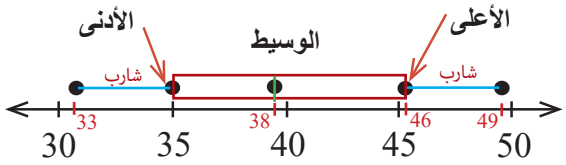
33 ، 35 ، 35 ، 37 ، 37 ، 38 ، 40 ، 42 ، 46 ، 46 ، 49

الربيع الأدنى: 35 — الوسيط: 38 — الربيع الأعلى: 46

أرسم مستقيم الأعداد وأضع فوقه نقطة لكل قيمة .



ارسم مستطيلا بدءاً من الربيع الادنى وانتهاء عند الربيع الاعلى ، ارسم داخل المستطيل خط مستقيم يدل على الوسيط ، ثم ارسم الشاربين من القيمة الصغرى والقيمة الكبرى حتى المستطيل .



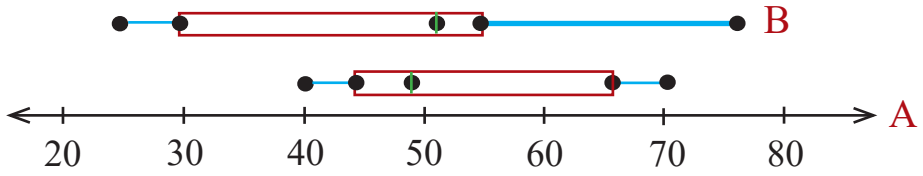
المدى الربيعي = الربيع الاعلى - الربيع الادنى

المدى الربيعي 11 = 35 - 46 (يساوي طول المستطيل)

[7-2-2] المقارنة بأستعمال الشاربين Comperison by Using Box-whisker

يمكنك أستعمال بيان الشاربين للمقارنة بين مجموعتين من البيانات وذلك بوضع أحدهما بمحاذاة الآخر.

مثال (3) يبين بيان الشاربين أدناه كيف تتوزع بيانات شركتي A , B لأنتاج نوع خاص من أدوات المطبخ.



من خلال الشكل المجاور أجب عما يأتي :

- أي الشركتين وسيطها اكبر ؟ وسيط الشركة B أكبر من وسيط الشركة A
- اي الشركتين لديها مدى ربيعي اكبر؟ المدى الربيعي للشركة B هو الاكبر .

حيث طول المستطيل في بيان الشاربين يمثل المدى الربيعي .

- اي الشركتين ستنتج ادوات اكثر ؟

المدى والمدى الربيعي في بيان شركة A هما اصغر من المدى والمدى الربيعي في بيان شركة B ، هذا يعني ان التغيير في بيانات الشركة A اقل من التغيير في بيانات الشركة B لذا انتاج شركة A ممكن ان يكون الاكثر .

تأكَّدْ من فهمِكَ

أنشئ بيان الشاربين للبيانات الآتية:

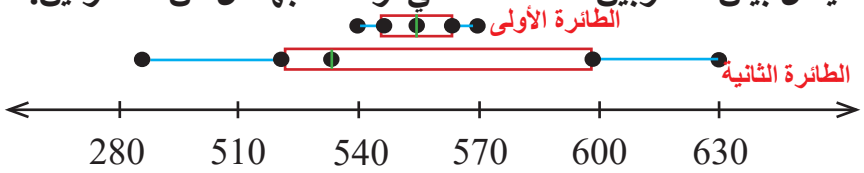
الأسئلة : (1-3)
مشابه للمثالين 1،2

1 17 ، 23 ، 26 ، 29 ، 17 ، 21 ، 19 ، 28 ، 20

2 81 ، 76 ، 73 ، 72 ، 72 ، 75 ، 79 ، 85

3 10 ، 25 ، 17 ، 21 ، 23 ، 17 ، 26 ، 16

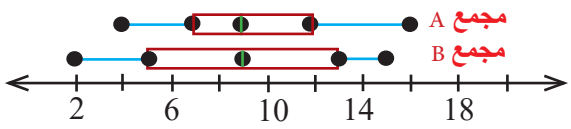
لدى محمد ومهند طائرتان ورقيتان ، يمثل بيان الشاربين المسافات التي ارتفعت بها كل من الطائرتين.



4 اي طائرة وسيطها اقل ؟

5 اي طائرة مداها الربيعي اكبر ؟

6 اي طائرة يبدو انها ستطير مسافة أقل؟



يمثل بياناً الشاربين عدد زوار مجمعين للتسويق A , B .

الأسئلة : (4-8)
مشابه للمثال 3

7 قارن بين الوسيطين وبين المديين .

8 قارن بين المدى الربيعي لعدد زوار المجمع A مع عدد زوار المجمع B.

تدربْ وحلّ التمرينات

انشئ بيان الشاربين للبيانات الآتية :

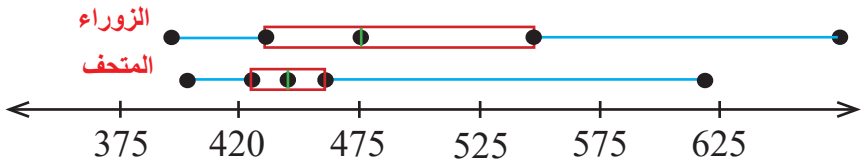
8 12 ، 13 ، 10 ، 7 ، 23 ، 15 ، 8 ، 20 ، 15، 18 ، 39

9 23 ، 29 ، 18 ، 24 ، 24 ، 25 ، 18 ، 17 ، 18 ، 22

10

الساق	4	5	6	7
الورقة	9 5 3	7 2	4 3	2

يمثل بيانا الشاربين عدد زوار حديقة الزوراء والمتحف البغدادي في بعض الايام .



11 اي المكانين وسيطه اكبر ؟

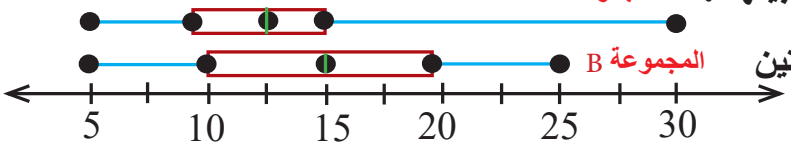
12 اي المكانين مداه الربيعي اكبر ؟

13 اي المكانين يبدو انه يستقبل عدد اكبر من الزوار ؟

14 يمثل بيانا الشاربين المجموعتين A , B .

15 جد الوسيط في كلا المجموعتين وقارن بينهما.

16 جد المدى الربيعي في كل من المجموعتين وقارن بينهما.



تدربْ وحلّ مسائلَ حياتيةً

17 **ملابس :** يمثل الجدول التكراري قياس 12 بدلةً رجاليةً.

القياس	48	50	52	54	65
التكرار	3	4	2	2	1

مثل الجدول اعلاه ببيان الشاربين .

18 **زراعة :** مُثلت أطوال 8 نباتات بالسنتمترات بطريقة الساق والورقة المبينة في الجدول أدناه ، مثل البيانات بالشاربين.

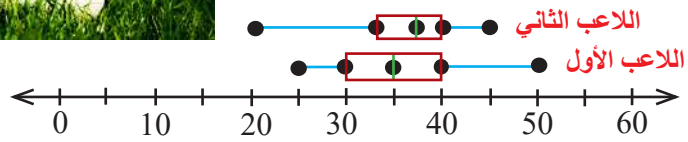
الساق	3		4			5	
الورقة	2	1 1	8	5	3	4	2

رياضة : يمثل بيان الشاربين عدد المباريات التي لعبها لاعبين في كرة القدم خلال السنوات الأربعة عشر الأولى من أحترافهما.

19 أي لاعبٍ يبدو أن عدد مبارياته أكثر؟

20 أي لاعب وسيطه أكبر؟

21 أي لاعب مداه الربيعي أكبر؟



فكِّرْ

22 **أكتشف الخطأ:** استعمل محمود البيانات الآتية :

8 ، 5 ، 7 ، 13، 5، 14، 9 ، 2 ، 8

ووجد ان الربيع الادنى (11) بين خطأ محمود وصححه .

23 **تحدٍّ:** اذا كان المدى الربيعي لمجموعة بيانات يساوي 9 ، وكان الربيع الاعلى يساوي 27.فما قيمة الربيع الادنى ؟

24 **مسألةٌ مفتوحةٌ:** أكتب مجموعة بيانات عند تمثيلها بالشاربين يكون المستطيل طويلاً والشاربين قصيرين . قارن عدد القيم في المستطيل مع عددها في الشاربين.

أكتبْ

حالات التشابة والأختلاف بين تمثيل البيانات في الساق والورقة والتمثيل في الشاربين.

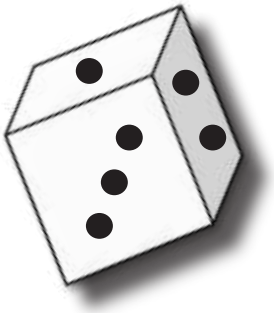
الدرسِ [7-3] التجربة العشوائية Random Experiment

فَكِّرْةُ الدرسِ
- التعرف إلى التجربة العشوائية.
- كتابة نتائج التجربة العشوائية بمخطط الشجرة.
- كتابة عدد النتائج بأستعمال قانون العد الأساسي.

المفردات
- الفعل العشوائي
- الحدث
- التجربة العشوائية
- النتيجة
- قانون العد الأساس

تَعَلَّمْ

رمى محمد حجر النرد مرة واحدة ، وطلب الى أخته تمارة تسجيل الأرقام التي ظهرت .



- ماذا نسمي مجموعة النواتج الممكنة ؟
- ماذا نسمي مجموعة الأرقام الأولية ؟

[7-3-1] التجربة العشوائية Random Experiment

التجربة العشوائية : كل نشاط تأتي نتائجه مصادفة.

الفعل العشوائي : هو فعل يؤدي الى نتيجة غير معروفة مسبقاً.

مجموعة النتائج : هي المجموعة المؤلفة من جميع النتائج الممكنة لفعل عشوائي وتسمى فضاء العينة ويرمز لها Ω

الحدث : هو نتيجة ممكنة أو مجموعة من النتائج الممكنة.

مثال (1) حجر النرد مرقم من 1 الى 6 كل رقم يمكن أن يظهرمرة واحدة ، أي أن النتائج الممكنة هي :

$1 ، 2 ، 3 ، 4 ، 5 ، 6$

مجموعة النواتج الممكنة تدعى فضاء العينة وسوف نرمز لها Ω .

إذن : $\Omega = \{ 1 ، 2 ، 3 ، 4 ، 5 ، 6 \}$ تجربة عشوائية بسيطة

الأرقام الأولية هي : 2 ، 3 ، 5 وهي مجموعة جزئية من فضاء العينة نكتبها بشكل مجموعة.

حدث بسيط $E = \{ 2 ، 3 ، 5 \} \subset \{ 1 ، 2 ، 3 ، 4 ، 5 ، 6 \}$

مثال (2) رمي قطعتي نقود معدنية مرة واحدة :

i) اكتب مجموعة النتائج الممكنة .

ii) اكتب النتائج التي تحقق الحدث : ظهور وجهين متشابهين على القطعتين .

i) اذا سميت الوجه الأول للقطعة المعدنية H (الصورة) وسميت الوجه الثاني T (الكتابة).

فسوف تحصل على 4 نتائج ممكنة ، أنشيء مخطط الشجرة ليساعدك على عرض كل النتائج الممكنة كما مبين

من مخطط الشجرة مجموعة النتائج هي:

$\Omega = \{(T،T) ، (T،H) ، (H،T) ، (H،H)\}$

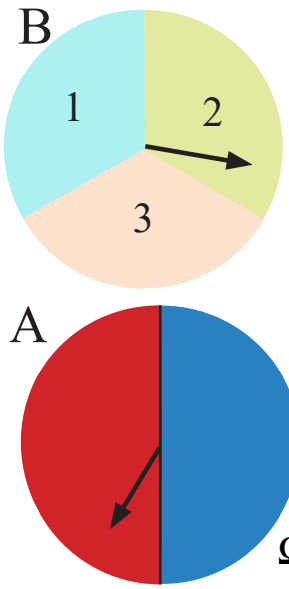
H ‹ H ، H / H ، T

T ‹ T ، H / T ، T

ii) يتحقق الحدث أذا كانت النتيجة (H،H) ، (T،T) وهي مجموعة جزئية من فضاء العينة.

$E = \{(T،T) ، (H،H)\} \subset \Omega$

مثال (3) أطلق طارق مؤشر القرص A ومؤشر القرص B كما مبين بالشكل هنا:



i) أكتب مجموعة النتائج الممكنة .

ii) أكتب النتائج التي تحقق الحدث : مؤشر القرص B على العدد 3 .

i) أنشى مخطط شجرة ليساعدك على عرض كل النتائج الممكنة .

القرص A	القرص B	
R	1	(R ، 1)
	2	(R ، 2)
	3	(R ، 3)
B	1	(B ، 1)
	2	(B ، 2)
	3	(B ، 3)

مجموعة النتائج الممكنة :

$\Omega = \{ (R ، 1) ، (R ، 2) , (R ، 3) ، (B ، 1) ، (B ، 2) ، (B ، 3) \}$

ii) $E = \{(R ، 3) ، (B ، 3) \}$

[7-3-2] قانون العد الأساسي Fundamental Counting Principle

ينص قانون العد الأساسي : على أن عدد النتائج الممكنة لتجربة عشوائية تقوم على فعلين عشوائيين هو ناتج ضرب عدد نتائج الفعل الأول (m) في عدد نتائج الفعل الثاني (n)

أي أن عدد نتائج الفعلين هو $m \times n$

مثال (4) رمي قطعتي نقود معدنية مرة واحدة :

i) أستعمل قانون العد الأساسي لأجد نتائج التجربة.

مع قطعة النقود الأولى تظهر نتيجتان ولتكن $m = 2$

مع قطعة النقود الثانية تظهر نتيجتان ولتكن $n = 2$

أستعمال قانون العد الأساسي : عدد نتائج التجربة $= m \times n$

لذا عدد النتائج كلها $2 \times 2 = 4$

ii) في مثال (3)

مع القرص A عدد النتائج الممكنة 2 (أحمر، أزرق) ولتكن $m = 2$

مع القرص B عدد النتائج الممكنة 3 (1،2،3) ولتكن $n = 3$

أستعمل قانون العد الأساسي : عدد نتائج التجربة $= m \times n$

لذا عدد النتائج كلها $2 \times 3 = 6$

iii) رميت حجر النرد وأطلقت قرص فيه 4 أقسام متساوية مرقمة (1 ، 2 ، 3 ، 4)

ماعدد النتائج الممكنة؟

مع حجر النرد 6 (1،2، 3، 4، 5 ، 6) نتائج ولتكن $m = 6$

مع القرص 4 (1،2، 3، 4) نتائج ولتكن $n = 4$

أستعمال قانون العد الأساسي : عدد نتائج التجربة $= m \times n$

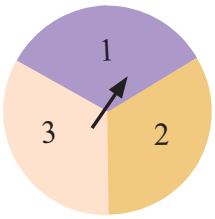
لذا عدد النتائج كلها $6 \times 4 = 24$

تأكَّدْ من فهمِكَ

1 تريد سعاد الجلوس على كرسي من بين 8 كراسي مرقمة من 1 الى 8.

i) أكتب مجموعة النتائج الممكنة.

ii) أكتب النتائج التي تحقق الحدث « جلوسها على كرسي يحمل رقماً زوجياً »



جد عدد النتائج كلها مستعملاً قانون العد الأساسي لكل مما يأتي.

2 رمي قطعة نقود وأطلاق مؤشر القرص المقابل .أكتب مجموعة النتائج الممكنة.

3 أكتب النتائج التي تحقق الحدث « ظهور كتابة على قطعة النقود ووقوف المؤشر على الرقم 1 »

4 لدى مهند 2 ستر(سوداء وبنية) ولدية أيضاً قميص أبيض وقميص نيلي وقميص رمادي . بكم طريقة يمكن لمهند أن يرتدي قميصاً وسترة معاً.

الأسئلة : (1-4)
مشابهة للأمثلة: 1-4

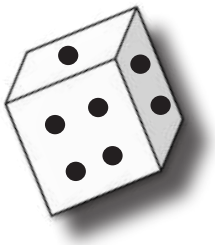
تدربْ وحلّ التمرينات

5 تنتظر ساره وأمل الباص من بين 6 باصات تحمل الأرقام من 1 الى 6

i) أكتب مجموعة النتائج الممكنة.

ii) أكتب النتائج التي تحقق الحدث « ركوب سارة باصاً يحمل رقم فردي أصغر من 6 »

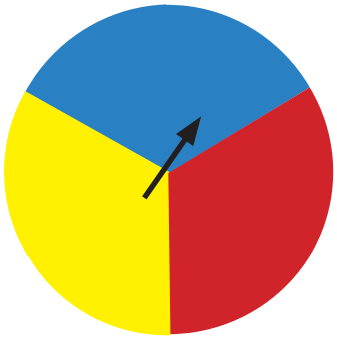
iii) أكتب النتائج التي تحقق الحدث « ركوب أمل باصاً يحمل رقم زوجي »



6 رمي حجر النرد وأطلاق مؤشر القرص المقابل

i) أكتب مجموعة النتائج الممكنة.

ii)أكتب النتائج التي تحقق الحدث « ظهور عدد أولي على الحجر ووقوف المؤشر على اللون الأحمر»



iii) أكتب النتائج التي تحقق الحدث « ظهور عدد أكبر من خمسة على الحجر ووقوف المؤشر على اللون الأصفر»

iv) أستعمل قانون العد الأساسي لإيجاد العدد الكلي للنتائج.

تدربْ وحلّ مسائلَ حياتيةً

7 **أنترنيت :** يريد رياض أن يختاركلمة السر الخاصة لدخول الأنترنيت ، تتكون الكلمة من حرفين من مجموعة الحروف A ، B ، C متبوعة بأحد الأرقام الثلاثة 3 ، 2 ، 1 .

كم كلمة سر يمكنه أن يشكلها مستعملاً قانون العد الأساسي؟

أكتب جميع النتائج الممكنة.

8 **طعام :** يمكن أن يختار زبون عند الفطور بين الجبن والبيض المقلي، كما يمكنه أن يشرب حليب أو عصير برتقال أو عصير تفاح.

i) أكتب كل الخيارات الممكنة للزبون.

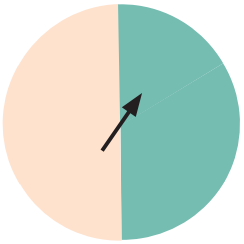
ii) أكتب النتائج الممكنة التي تحقق الحدث

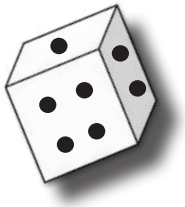
" تناول الجبن وعصير الفاكهة "

iii) جد عدد النتائج كلها مستعملاً قانون العد الأساسي.

فَكِّرْ

9 **تحدٍّ:** رميت حجر النرد وقطعة معدنية ثم تدوير مؤشر قرص فيه قسمين.





i) أكتب النتائج الممكنة.

ii) جد عدد النتائج كلها مستعملاً قانون العد الأساسي.

10 **صحة:** الجدول المجاور يحتوي على ثلاث مجموعات

المجموعة A	المجموعة B	المجموعة C
جبن	لحم	خضر
بيض	دجاج	فواكه
لبن	سمك	

i) أكتب النتائج الممكنة للمجموعة A مع المجموعة B.

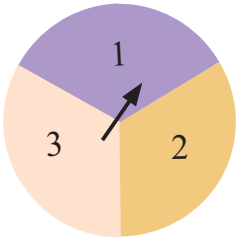
ii) أكتب النتائج الممكنة للمجموعة A مع المجموعة C.

iii) جد عدد النتائج الممكنة للمجموعات A مع B مع C.

11 **ألعاب:** تسابق محمد ومهند في لعبة القرص المجاور ، دور القرص مرتين .

أذا كان مجموع الرقمين عدد فردي فإن مهند هو الفائز .

أكتب مجموعة النتائج الممكنة ليكون محمد هو الفائز.



أُكتبْ

كيف تجد عدد النتائج الممكنة عندما ترمي حجر النرد وقطعتي نقود معدنية دفعة واحدة؟

الدرسِ [7-4] الحدث The Event

فَكِّرْ ةُ الدرسِ
- يتعرف إلى الحدث ، والأحداث المستقلة وغير المستقلة.
- التمييز بين الأحداث المستقلة وغير المستقلة.
- يتعرف الحدث المركب.

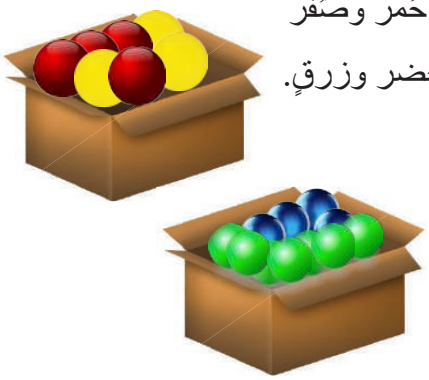
المفردات
- الحدث
- الحدثان المستقلان
- الحدثان المترابطان
- الحدث المركب

تَعَلَّمْ

صندوقان يحتوي الأول على كرات حُمر وصُفر يحتوي الصندوق الثاني على كرات خُضر وزرقٍ.

سحبت كرة من كل صندوق.

- ماذا نسمي طريقة السحب ؟
- ماذا نسمي النتائج؟
- وماالعلاقة بين النتيجتين؟



يمكننا أن نسمي العملية في فقرة تعلم تجربة Experiment.

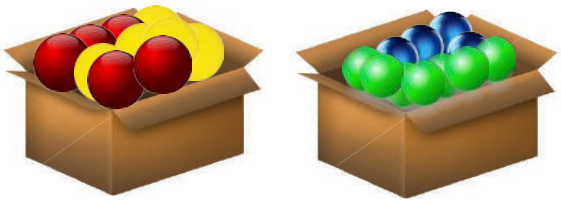
أما الحدث Event: فهو مجموعة نتائج أو نتيجة واحدة أحياناً.والأحداث قد تكون مستقلة أو مترابطة أو مركبة.

[7-4-1] الأحداث المستقلة والأحداث غير المستقلة (المترابطة)
Independent and Dependent Events

الحدثان المستقلين: أذا كان وقوع أو عدم وقوع أحدهما لا يؤثر على وقوع أو عدم وقوع الحدث الآخر.

الحدثان غير المستقلين (المترابطين) : أذا كان وقوع أو عدم وقوع أحدهما يؤثر في وقوع أو عدم وقوع الحدث الآخر.

مثال (1)



الأجابة عن الأسئلة في فقرة تعلم :

نسمي طريقة السحب بالتجربة .

ونسمي النتائج من هذه التجربة بالأحداث

أما العلاقة بين هذه الأحداث فتوضَح كما يأتي:

أفرض أن E_1 حدث سحب كرة من الصندوق الأول (الكرة المسحوبة حمراء أو صفراء)

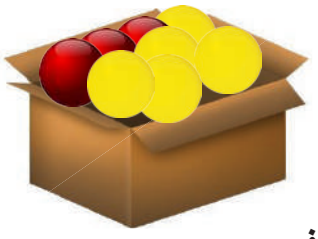
أفرض أن E_2 حدث سحب كرة من الصندوق الثاني (الكرة المسحوبة خضراء أو زرقاء)

لاحظ أن سحب أي كرة من الصندوق الأول لايؤثر على عدد الكرات في الصندوق الثاني.

أي أن وقوع الحدث E_1 لايؤثر على وقوع الحدث E_2

لذا E_1 ، E_2 حدثان مستقلان .

مثال (2) صندوق يحتوي على 3 كراتٍ حمر و 5 كرات صفر



حدّد ماذا كان الحدثان مستقلين أم مترابطين في كل مما يلي:

i) سحب كرة حمراء ثم سحب كرة صفراء دون إعادة الكرات الى الصندوق .

أفرض E_1 سحب كرة حمراء ، E_2 سحب كرة صفراء من الصندوق.

لعدم أعادة الكرة الحمراء بعد السحب بقى في الصندوق كرتان حمر ، 4 كرات صفر .

أي وقوع الحدث E_1 يؤثر على وقوع الحدث E_2. فهما حدثان غير مستقلين (مترابطين)

ii) سحب كرة حمراء ثم سحب كرة صفراء بعد إعادة الكرة الأولى الى الصندوق .

أفرض E_1 سحب كرة حمراء ، E_2 سحب كرة صفراء بعد إعادة الكرة الحمراء يبقى عدد الكرات نفسه في الصندوق. أي وقوع الحدث E_1 لايؤثر في وقوع الحدث E_2. فهما حدثان مستقلان.

مثال (3) حدد إن كان الحدثان مستقلين أو غير مستقلين في حالة ظهور الصورة بعد رمي قطعة نقود وظهور الكتابة بعد رميها مرة أخرى.

أفرض E_1 ظهور الصورة في الرمية الأولى.

أفرض E_2 ظهور الكتابة في الرمية الثانية.

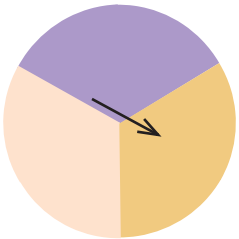
E_1 لايؤثر في E_2.

لذا E_1 ، E_2 حدثان مستقلان .

[7-4-2] الأحداث المركبة Compound Events

الحدث المركب : يتكون من حدثين بسيطين أو أكثر وقد تكون مستقلة أو غير مستقلة.

مثال (4) رمي حجر النرد وتدوير قرص مقسم على أجزاء ملونة متساوية المساحة. هل الحدث مركب ومانوع الحدثان البسيطان؟



أن عملية رمي حجر النرد وتدوير القرص تُعد حدثاً مركباً من حدثين بسيطين .

الحدث الأول ظهور أحد الأرقام من 1 الى 6 .

والحدث الثاني ظهور لون معين.ان ظهور رقم لايؤثر على ظهور اللون .

لذلك فهما حدثان مستقلان.

مثال (5) أعلن محل للملابس عن إمكانية الحصول على قطعة أضافية عند شراء الزبون أيِّ قطعةٍ.

مانوع الحدثين؟

تمثيل عملية شراء قطعة الملابس وتسلّم قطعة ثانية مجاناً حدث مركبٌ .

فتسلمُ القطعة الثانية مجاناً مرتبطٌ بشراء الزبون القطعة الأولى.

لذلك فهما حدثان غيرمستقلين.

تأكَّدْ من فهمِكَ

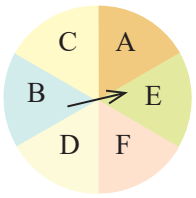
حدد إن كان الحدثان مستقلين أوغير مستقلين في الأحداث المركبة فيما يأتي:

1 اسحب بطاقة من البطاقات المجاورة دون أرجاعها ، ثم أسحب بطاقة أخرى .

1 2 3 4 5 6

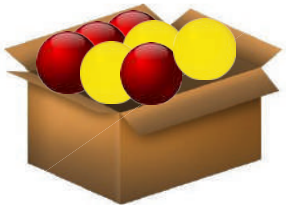
2 أذا أختيرت أحدى بطاقات الأحرف ودوِّر مؤشر القرص الدوار.

A B C D



الأسئلة : (1 - 6)
مشابه للأمثلة (1 - 5)

3 رمي حجر النرد ، وسحب كرة من صندوق فيه كرات مختلفة الألوان.



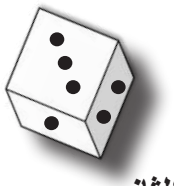
4 صندوق فيه 4 كرات حمراء ، و3 صفراء ، سحب مهند كرة عشوائياً

وسحب محمد أيضاً كرة عشوائياً.

5 سحب الكرة الأولى من صندوق دون أعادتها ثم سحب كرة ثانية من الصندوق نفسه.

6 سحب الكرة الأولى من صندوق مع أعادتها ثم سحب كرة ثانية من الصندوق نفسه.

تدربْ وحلّ التمرينات



حدد أن كان الحدثان مستقلين أو غير مستقلين في الأحداث المركبة التالية:

7 وقوف المؤشر على اللون الأحمر وظهور الرقمين 5 ، 2 على حجر النرد .

8 رمي حجري نرد معاً وظهور الرقم 6 على الحجر الأول وظهر الرقم 3 على الحجر الثاني .

9 رمي قطعة نقود وظهور الصورة ، ورمي حجر نرد وظهور الرقم 5.

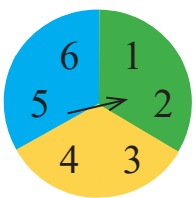
10 رمي حجر النرد والحصول على عدد زوجي ، والحصول على 1 أو 4 .

11 علبة فيها حلوى بنكهات مختلفة ، 3 بطعم الليمون ، 4 بطعم الفراولة ، 2 بطعم الموز ، 5 بطعم البرتقال سحبت جمانة قطعتين من العلبة دون أعادتها الى العلبة.

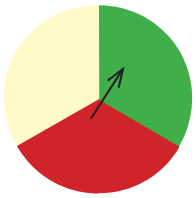
12 رمى تيم قُطعتي نقود في الوقت نفسه فإذا ظهرت الصورة نفسها على القطعتين .

13 أطلق محمد مؤشر القرص A وأطلق مهند مؤشر القرص B في الوقت نفسه ، أن يأتي مؤشر A على العدد 4 ومؤشر B على اللون الأخضر.

A



B

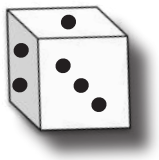


14 سحب بطاقة حمراء من مجموعة البطاقات A B C D وظهور كتابة بعد رمي قطعة نقود.

تدربْ وحلّ مسائلَ حياتيةً

15 **فواكه :** سلة تحتوي على 3 برتقالات و5 موزات و4 تفاحات ، أختار أحمد حبة فاكهه عشوائياً وأختارت أخته حبة فاكهه عشوائياً دون أعادة الحبة الأولى .مالعلاقة بين الحدثين ؟

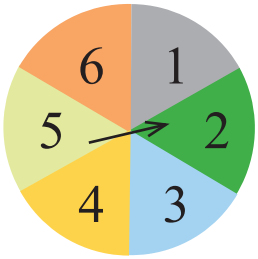
16 **ملابس:** دُرج فيه 5 قمصان بيض ، 4 زرق ، قميصان رصاصيان سحب شخص قميصاً من الدُرج ، ثم سحب قميصاً آخر دون اعادة القميص الأول الى الدرج . أيكون الحدثان مستقلين أم لا ؟ فسر أجابتك.



17 **لعبة:** رمى أحمد حجر النرد وقطعة النقود مرة واحدة ، ظهر رقم اكبر من 3 على حجر النرد وصورة على قطعة النقود .هل الحدثان مستقلان ؟ وضح دلك.

فَكِّرْ

18 **مسألة مفتوحة:** يوجد في صندوق 6 كرات بثلاثة الوان مختلفة . أكتب مسألة تتعلق بسحب كرتين عشوائياً دون أرجاعهما الى الصندوق.



19 **أكتشف الخطأ :** أطلق محمود مؤشر القرص المجاور ثلاث مرات وقال: أن يأتي المؤشر عند 5 في المرات الثلاث لايؤثر في النتيجة

وقال: صالح أن يأتي المؤشر على 5 في المرات الثلاث يؤثر في النتيجة

ايهما أجابته صحيحة ؟ فسر إجابتك

20 **طقس :** توقعت دائرة الأنواء الجوية أن هناك فرصة لهطول الأمطار يوم الثلاثاء % 80، ان فرصة هطول المطر يوم الأربعاء هي % 30.

مالعلاقة بين الحدثين ؟

أُكتبْ

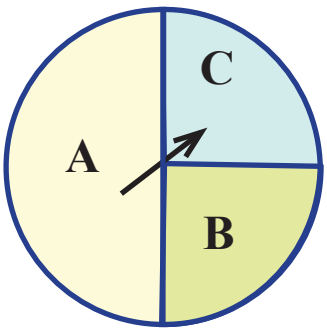
ماالفرق بين الحدثين المستقلين وغير المستقلين؟

فَكِّرْ الدرس
- حساب أحتمال
- حساب أحتمال الحدث المتمم

المفردات
- إحتمال الحدث
- الحدث المتمم

تَعَلَّمْ

أخذ مهند القرص الدوار المجاور ، اذا دور مؤشر القرص الدوار ، فما أحتمال أن يؤشر المؤشر على كل حرف؟



[7- 5 - 1] الأحتمالية Probability

إحتمال الحدث E : هو قياس فرص حدوثه بالتحقيق ويكتب احتمال الحدث E بصورة $P(E)$

ويمكن التعبير عنه بكسر عشري يقع بين 1 ، 0 أو كسر أو نسبة مئوية.

فأذا كان $P(E)=0$ فالحدث مستحيل وأذا كان $P(E)=1$ فالحدث مؤكد.

يمكن أن نجد أحتمال حدوث الحدث E بأستعمال العلاقة الآتية : $P(E)=\frac{m}{n}$

إذ m عدد النتائج التي يحققها الحدث E.

n عدد النتائج الممكنة كلها في التجربة الواحدة .

مثال (1) في فقرة تعلم ،

الطريقة الأولى : بما أن الحرف A يمثل نصف القرص ، فإن التقدير المعقول لأن يأتي المؤشر على الحرف A هو : $P(A)=\frac{1}{2}$

بما ان الحرفان C ، B يمثل كل منهما ربع القرص

فان التقدير لأن يأتي المؤشر على الحرف B أو C هو:

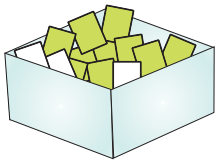
$$P(C)=\frac{1}{4} \quad ، \quad P(B)=\frac{1}{4}$$

الطريقة الثانية: من الشكل يلاحظ أنه متكون من 4 أرباع أي أن n=4

الجزء A من القرص يمثل ربعين أي أن m=2 ، $P(A)=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}=0.5=50\%$

الجزء B او C من القرص يمثل ربعاً واحداً أي أن m=1 ، $P(B)=P(C)=\frac{1}{4}=0.25=25\%$

مثال (2) صندوق فيه 10 بطاقات خضراء ، و3 بطاقات بيضاء. سحبت جمانة بطاقة خضراء من دون إعادتها الى الصندوق ، ثم سحبت أختها سالي بطاقة بيضاء . ماأحتمال السحب لكل منهما ؟



يحتوي الصندوق على 10 بطاقات خضراء + 3 بطاقات بيضاء أي 13 بطاقة

أحتمال سحب جمانة بطاقة خضراء هو : $P\ (\text{خضراء}) = \frac{\text{عدد البطاقات الخضراء}}{\text{العدد الكلي للبطاقات}} = \frac{10}{13}$

لأن البطاقة المسحوبة لم ترجع الى الصندوق ، هذا يعني أن في الصندوق الآن 12 بطاقة.

إحتمال سحب سالي بطاقة بيضاء هو : $P\ (\text{بيضاء}) = \frac{\text{عدد البطاقات البيضاء}}{\text{العدد الكلي للبطاقات}} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$

[2 - 5 -7] الحدث المتمم Complement Event

الحدث المتمم : يقال للحدثين E_1 ، E_2 متتامان ، أذا كانت كل نتائج الحدث E_1 لاتحقق نتائج الحدث E_2.

فإذا كان أحتمال حدوثهما هو: $P(E_1)$ ، $P(E_2)$ فإن $P(E_1) + P(E_2) = 1$

مثال (3) E_1, E_2 حدثان متتامان ، أذا كان $P(E_2) = \frac{2}{5}$ فجد $P(E_1)$ ثم أكتبه بوصفه نسبة مئوية وكسراً عشرياً.

بما أن E_1 ، E_2 حدثان متتامان فإن : $P(E_1) + P(E_2) = 1$

أعوض عن $P(E_2) = \frac{2}{5}$: $P(E_1) + \frac{2}{5} = 1$

العلاقة بين الجمع والطرح : $P(E_1) = 1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$

لكتابته بنسبة مئوية نجعل مقام الكسر يساوي 100 : $= \frac{3}{5} \times \frac{20}{20} = \frac{60}{100} = 60\%$

لكتابته بكسر عشري نجعل مقام الكسر يساوي 10 : $= \frac{3}{5} \times \frac{2}{2} = \frac{6}{10} = 0.6$

مثال (4) سلة فيها 3 كرات زرق ، 7 كرات حمر ، سحبت كرة عشوائية ، احتمال أن تكون الكرة زرقاء هو $\frac{3}{10}$ ما أحتمال أن تكون الكرة المسحوبة غير زرقاء ؟

أفرض أن : $P(E_1) = \frac{3}{10}$ أحتمال الكرة الزرقاء

أفرض أن : $P(E_2)$ أحتمال الكرة المسحوبة ليست الزرقاء

الحدثان متتامان أي أن: $P(E_1) + P(E_2) = 1$

أعوض عن $P(E_1) = \frac{3}{10}$: $\frac{3}{10} + P(E_2) = 1$

العلاقة بين الجمع والطرح : $P(E_2) = 1 - \frac{3}{10} = \frac{7}{10} = 0.7 = 70\%$

لذا احتمال أن تكون الكرة المسحوبة غير زرقاء هو $\frac{7}{10}$ أو 0.7 أو 70%

تأكَّدْ من فهمِكَ

لدينا البطاقات المجاورة 1 2 3 4 5 6 7 8 جد أحتمال مايأتي:

1 البطاقة تحمل رقم زوجي.

2 البطاقة تحمل رقم غير أولي.

3 البطاقة تحمل رقم يقبل القسمة على 5.

الأسئلة : (1 - 6)
مشابه للأمثلة (1 ، 2)

في تجربة رمي حجرالنرد مرة واحدة أكتب أحتمال :

4 ظهور عدد يقبل القسمة على 3 .

5 ظهور العدد 7 .

6 ظهور الأعداد المحصورة بين 6 ، 2 .

7 أذا كان أحتمال ظهورعدد فردي في رمي حجر النرد مرة واحدة هو $\frac{1}{2}$ فما احتمال ظهور عدد زوجي؟

8 أذا كانت الأحداث E_1 ، E_2 ، E_3 متتامات ، وكان $P(E_1)=\frac{2}{3}$ ، $P(E_3)=\frac{1}{4}$ فما قيمة $P(E_2)$ ؟

9 استعمل القرص المجاور وجد أحتمال كل نتيجة ممكنة ثم تحقق :

الأسئلة : (7 - 9)
مشابه للأمثلة (3 ، 4)

النتيجة	أصفر	أخضر	أزرق
الأحتمال			

تدربْ وحلّ التمرينات

سلة تحتوي على 10 كرات حمراء ما أحتمال سحب :

10 كرة حمراء واحدة؟

11 كرة غير حمراء؟

12 ثلاث كرات حمراء؟

13 كرات تحمل الأعداد من 1 الى 20 ، أذا كان E_1 ليس من مضاعفات العدد 4 جد احتمال E_2 الذي يمثل مضاعفات العدد 4 بطريقتين.

يبين الجدول أحتمال ظهور رقم بعد رمي حجر النرد ، جد ناتج أحتمال كل حدث:

14 ظهور عدد لا يقبل القسمة على 3.

15 ظهور عدد أصغر من 4.

16 ظهور العدد 6.

17 ظهور الأعداد بين 6 ، 3 .

الحدث	1	2	3	4	5	6
الأحتمال	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

تدربْ وحلّ مسائلَ حياتيةً

18 **لعبة :** تريد تمارة الجلوس على كرسي من بين 8 كراسي مرقمة من 1 الى 8 . ماأحتمال جلوس تمارة على كرسي يحمل رقم زوجي؟

19 **مواصلات :** ينتظر مهند الباص بين 5 باصات تحمل الأرقام من 1 الى 5 ما احتمال ركوب مهند باصاً يحمل رقم أصغر من 4 ؟

20 **حجر نرد:** رمي حجر النرد مرة واحدة ، ما أحتمال ظهورعدد غير 6 ؟

كيس فيه 8 خرزات صفراء ، 3 خرزات بيضٍ ، 5 خرزات زرقٍ، أدا سحبت بشكل عشوائي خرزة من الكيس :

21 ما أحتمال أن تكون الخرزة المسحوبة زرقاء اللون ؟

22 ما أحتمال أن تكون الخرزة المسحوبة صفراء اللون ؟

23 ما أحتمال أن تكون الخرزة المسحوبة غير بيضاء اللون ؟ بطريقتين.

24 **رياضة :** توقع مدرب أن يفوز فريقه في مباراة كرة القدم بنسبة 85% أكتب ككسر في أبسط صورة أحتمال خسارة فريقه .

25 **طقس:** تتوقع شهد أن يوم غداً صحو هو 25% . جد بشكل كسر أحتمال كل نتيجة فيما يأتي:

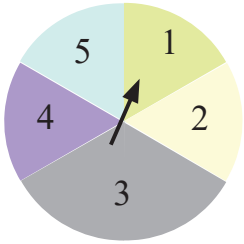
النتيجة	صحو	غائم
الأحتمال		

فَكِّرْ

26 **تفكير ناقد:** أخبرت بأمكانية وقوع 4 أحداث فقط ،احتمال الحدث الأول $\frac{1}{4}$ واحتمال الحدث الثاني $\frac{1}{2}$ ، فإذا كان أحتمال الحدث الثالث والرابع متساويين . فما أحتمال الحدث الرابع ؟

27 **فواكه :** يوجد في سلة 4 برتقالاتٍ ، سحبت برتقالتين أحداهما بعد الأخرى دون إعادة البرتقالة الأولى والثانية ،فما أحتمال كل حدث؟

28 **أكتشف الخطأ :** دوّر القرص أدناه مرتين ، أحتمال أن يقف المؤشر على عدد فردي في المرة الأولى $\frac{3}{5}$ وفي المرة الثانية $\frac{2}{5}$ أيهما أصح ؟



29 **تحدٍّ:** اكتب كل الأحداث الممكنة في فضاء عينة تتألف من 3 نتائج A،B،C .

أُكتبْ

مثالاً على حدث احتماله صفر وآخر أحتماله واحد.

الدرسِ [6 -7]

الاحتمال التجريبي والاحتمال النظري

Experimental Probability and Theoretical Probability

فَكِّرْةُ الدرسِ

- حساب الاحتمال النظري
- حساب الاحتمال التجريبي

المفردات

- الاحتمال النظري
- الاحتمال التجريبي
- فضاء العينة

تَعَلَّمْ

يتدرب لاعب كرة القدم على تحسين أدائه في تسجيل أهداف في ضربات الجزاء ، فقد سجل 20 هدفاً من 25 ضربة جزاء. نلاحظ من هذين العددين أنه سجل أهداف أكثر مما أخطأها.كيف يمكنك أن تقدر أحتمال أصابة الهدف في الضربة المقبلة ؟

حُدِّد الأحتمال في فقرة تعلم عن طريق اجراء التجربة، وتسمى الاحتمالات التجريبية ، أما الاحتمالات النظرية فأنها تزودنا بنتائج التجربة دون الحاجة الى أجرائها فيكون :

الاحتمال التجريبي: فيه تقدر أرجحية الحدث بتكرار تجربة مرات عدة ، ثم عد المرات التي يتحقق فيها الحدث

$$\text{الأحتمال التجريبي} \approx \frac{\text{عدد المرات التي يتحقق فيها الحدث}}{\text{العدد الكلي للتجارب}}$$

الاحتمال النظري : يستعمل لتقديراحتمالات الحدث ، بأستعمال قوانين العد دون اللجوء الى تكرار التجربة ، وعندما تكون كل النتائج الممكنة متساوية في أحتمال حدوثها

$$\text{الاحتمال النظري} = \frac{\text{عدد النتائج التي تحقق فيها الحدث}}{\text{عدد النتائج الممكنة كلها (عدد عناصر فضاء العينة)}}$$

مثال (1) في فقرة تعلم ، احتمال اصابة الهدف في الضربة المقبلة $\frac{20}{25}$ أي $\frac{4}{5}$.

مثال (2) بعد أطلاق مؤشر القرص 20 مرة ، سُجلت النتائج في الجدول أدناه

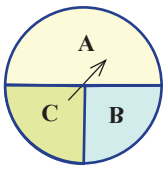
النتيجة	C	B	A
عدد الأصابات	5	5	10

i) هل هذا الاحتمال نظري أم تجريبي ؟

ii) جد احتمال أن يأتي المؤشر على الحرف A.

i) هذا الاحتمال تجريبي ، لأنه يعتمد على تكرار التجربة (20 مرة).

ii) الاحتمال التجريبي $\approx \frac{\text{عدد المرات التي أصيب الحرف A}}{\text{العدد الكلي لتجربة}}$



$$P(A) \approx \frac{10}{20} = \frac{1}{2}$$

لذا الاحتمال التجريبي بأن يأتي المؤشر على الحرف A هو: $\frac{1}{2}$ أو 0.5 أو 50%

مثال (3) سحب محمد كرة من صندوق يحتوي على 50 كرة : 20 كرة حمراء ، 17 كرة بيضاء ، 13 كرة صفراء .

i) هل هو أحتمال نظريٌ أم أحتمال تجريبي ؟

ii) جد احتمال كون الكرة المسحوبة صفراء .

الاحتمال نظري ، لأن كل النتائج متساوية في احتمال حدوثها .ثم لاتوجد حاجة لتكرار التجربة.

عدد عناصر فضاء العينة 50 (عدد الكرات في الصندوق)

$$\text{الاحتمال النظري} = \frac{\text{عدد النتائج التي تحقق فيها الحدث}}{\text{عدد النتائج الممكنة كلها(عدد عناصر فضاء العينة)}}$$

أحتمال سحب كرة صفراء هو: $P(A) = \frac{\text{عدد الكرات الصفراء}}{\text{عدد الكرات الكلي}}$

عوض عدد الكرات الصفراء 13، العدد الكلي للكرات 50 $P(A) = \frac{13}{50}$

لذا أحتمال سحب كرة صفراء هو $\frac{13}{50}$ او 0.26 أو 26%

مثال (4) أستعمل الجدول المجاور الذي يبين نتائج رمي قطعتي نقود 8 مرات ، وأجب عما يأتي:

التكرار	النتائج
3	H ، H
2	H ، T
1	T ، H
2	T ، T

i) ماالأحتمال النظري للحصول على صورتين؟

ii) ما الاحتمال التجريبي للحصول على صورتين؟

فضاءالعينة لرمي قطعتي نقود مرة واحدة 1هو:

$\{(H , H) ، (H , T) ، (T , H) ، (T , T)\}$

عدد عناصرفضاء العينة يساوي 4

i) عدد مرات ظهور (H ،H) هي مرة واحدة عند رمي قطعتي نقود.

$$P(H ،H) = \frac{\text{عدد ظهور } (H ،H)}{\text{عدد عناصر فضاء العينة}} = \frac{1}{4}$$

اذن الاحتمال النظري = $\frac{1}{4}$ أو 0.25 أو 25٪

ii) عدد مرات ظهور (H ،H) هو ثلاث مرات عند رمي قطعتي نقود ثماني مرات. (تكرار التجربة)

$$P(H , H) \approx \frac{\text{عدد ظهور } (H ،H)}{\text{العددالكلي للتجربة}} = \frac{3}{8}$$

لذا الاحتمال التجريبي $\approx \frac{3}{8} = 0.375 = 37.5\%$

تأكَّدْ من فهمِكَ

1 سحبت كرة عشوائياً من صندوق ثم أعيدت اليه ، يبين الجدول التالي النتائج بعد 50 سحبة ، قدر احتمال سحب كرة حمراء .مانوع الأحتمال ؟

النتيجة	أخضر	أحمر	أصفر	أزرق
السحوبات	5	13	12	20

الأسئلة : (7 - 1)
مشابه للأمثلة (4 - 1)

رميت حجر النرد مرة واحدة جد:

2 أحتمال أن يكون العدد الذي يظهر أكبر من 2.

3 أحتمال الحصول على عدد زوجي .

4 أحتمال الحصول على عدد أولي .

5 أحتمال الحصول على عدد يقبل القسمة على 6 .

6 مانوع الأحتمالات السابقة نظرية أم تجريبية؟

7 في لعبة كرة السلة ، أصاب لاعب السلة 15 مرة من 25 رمية ، ما الاحتمال لأن يصيب اللاعب السلة في الرمية التالية ؟ ومانوع الاحتمال ؟ أكتب الاحتمال بالكسر العشري والاعتيادي والنسبة المئوية.

تدربْ وحلّ التمرينات

رميت حجر النرد مرة واحدة جد:

8 أحتمال أن يكون العدد فردي .

9 أحتمال الحصول على عدد غيرأولي .

10 أحتمال الحصول على عدد يقبل القسمة على 4 .

11 مانوع الأحتمالات السابقة نظرية أم تجريبية؟

12 سحب مهند قرص من علبة تحتوي على 3 أقراص حمرٍ ، 4 أقراص صفرٍ ،4 أقراص سودٍ .

ما أحتمال أن يكون القرص المسحوب أصفر؟

13 أراد شخص احصاء أنواع السيارات عند احد التقاطعات ، من بين 20 سيارة شاهدها أحصى 5 شاحنات، 3 سيارات رياضية ، 12 سيارة صالون . ماأحتمال أن تكون السيارة التالية شاحنة ؟

في صف لحصة الرياضة ، 6 طلاب لكرة السلة ، 8 طلاب لكرة القدم .يختار المدرس بشكل عشوائي أحد الطلاب ، جد احتمال:

14 أن يختار طالب ليلعب في فريق كرة السلة.

15 أن يختار طالب ليلعب في فريق كرة القدم.

تدربْ وحلّ مسائلَ حياتيةً

16 **زراعة:** لدى طارق كيس فيه 120 بذرة زهور حمر وصفر ،فاذا كان 30 % بذور زهور صفرٍ .نشر طارق البذور في حديقته . بعد أسبوعين لاحظ ظهور أول النبتات ما احتمال أن تكون النبتة زهرة حمراء؟

17 **رياضية :** في تدريب على كرة السلة ، أصاب محمد السلة 13 مرة من 30 رمية . ماأحتمال أن يصيب محمد السلة في الرمية التالية ؟ مانوع الاحتمال؟

18 **وقت:** أجريت دراسة على 250 شخص للوقف على طريقة معرفتهم الوقت . أستعمل الجدول المجاور وجد أحتمال أن يستعمل الشخص هاتفه المحمول في ذلك.

الأسلوب	عدد الأشخاص
ساعة يد	75
ساعة حائط	30
ساعة هاتف	145

19 **طقس :** يمثل الجدول أدناه درجات الحرارة خلال أسبوع في أحد فصول السنة.

اليوم	السبت	الأحد	الأثنين	الثلاثاء	الأربعاء	الخميس	الجمعة
درجة الحرارة	15	29	25	21	16	18	20

20 ما احتمال أن تكون درجة الحرارة أقل من 20°C في اليوم التالي ؟ بين نوع الأحتمال.

مطعم : دخل 10 أشخاص أحد مطاعم الكباب ، 6 منهم طلبوا كباباً ما الأحتمال التجريبي في أن لايطلب الشخص التالي كباباً ؟

فَكِّرْ

21 **مسألة مفتوحة:** اجريت دراسة أحصائية على 30 شخصاً عن لونهم المفضل من الألوان : (الأزرق ، الأحمر ، الأخضر ، الأبيض) ، أعمل جدولاً لكل النتائج الممكنة اذا كان $\frac{2}{5}$ هو الاحتمال التجريبي لأن يكون اللون المفضل هو اللون الأزرق .

22 **تحدٍ :** وجدت دراسة أحصائية أن 75 طالباً من أصل 200 لديهم حذاء أسود وأن 280 طالباً من أصل 400 لديهم جواريب بيض . فما أحتمال أن يكون لدى الطالب حذاء أسود وجواريب بيض معاً؟

23 **أكتشف الخطأ :** كيس فيه خمس كرات صفر ، 7 كرات بيض ، كم كرةٍ صفراء تضاف الى الكيس ليكون أحتمال سحب كرة بيضاء هو $\frac{1}{2}$ ، فقالت جمانة نضيف 6 كراتٍ صفرٍ ، وقالت أختها سالي نضيف كرتين صفراوين ، أيتهما جوابها صحيح؟

أُكتبْ

مسألة عن تجربة شاهدتها أو عشتها تتضمن سؤالاً عن الاحتمال التجريبي.

الدرسِ [7- 7]

خطة حل المسألة (تمثيل المسألة)

Problem Solving Plan (presentation of problem)

فَكِّرْ الدرسِ
- أحل مسألة بأستعمال (تمثيل المسألة)

تَعَلَّمْ

طول ملعب 100 متر، فإذا ركض محمد 25 متراً الى الأمام و5 أمتار الى الخلف فكم مرة علية أن يكرر العملية حتى يصل الى نهاية الملعب؟

أفهم

ما معطيات المسألة ؟ ملعب طوله 100 متر، يركض محمد الى الأمام 25 متر ويرجع الى الخلف 5 أمتار .

ماالمطلوب من المسألة ؟ كم مرة أخرى عليه أن يكرر العملية حتى يصل الى نهاية الملعب.

خطط

كيف تحلّ المسألة ؟

أمثل المسألة على مستقيم الأعداد .

حلّ

أرسم مستقيم الأعداد وأقسمه على أقسام مناسبة الطول.

25 متراً الى الأمام ، 5 أمتار الى الخلف

أي في كل مرة يقطع $25 - 5 = 20\ m$

العدد الكلي لمرات التكرار $100 \div 20 = 5$

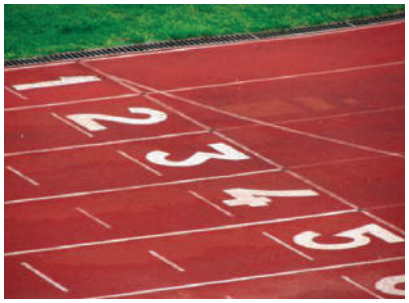
تحقق

تأكد من صحة حلك: نضرب طول المسافة التي يقطعها في كل مرة في 5 :

$$20 \times 5 = 100\ m$$

مسـائل

1 أشترى أحمد كتاب بمبلغ 25 ألف و500 دينار ، فإذا دفع أحمد 30 ألف دينار ، فكم يمكن أن يسترد الباقي أذا كان لدى البائع قطع نقدية من الفئتين 1000 دينار و500 دينار ؟



2 يركض لاعب في كل مرة 8m ويتراجع 2m فإذا كانت المسافة الواجب قطعها 60m . فكم مرة يكرر الركض ليقطع المسافة كاملةً؟

3 أرادت جمانة أن ترتب خمسة كتب لديها على الرف ، بحيث يكون كتاب الرياضيات أولها وكتاب اللغة العربية في آخرها . فبكم طريقة يمكن ترتيب الكتب الخمسة على الرف؟

4 يقف مهند ومحمد وأحمد ومحمود في خط مستقيم . فبكم طريقة يمكن ترتيبهم إذا وقف مهند في بداية الخط المستقيم ؟

5 في اختبار الرياضيات اعتمد طريقة القاء قطعة معدنية لحل (5) أسئلة من نوع الخطأ والصواب . هل هذه الطريقة جيدة للحصول على درجة جيدة في الأختبار ؟

Chapter Test

1 الجدول المجاور يبين معدل درجات بعض طلاب الصف الثاني المتوسط في شعبتين في موضوع الرياضيات

الشعبة أ	86	63	71	66	83	71	60	60	61	60	95
الشعبة ب	90	84	65	77	67	90	84	81	77	99	85

i) مثل البيانات بالساق والورقة.
ii) اي الشعبتين مداها اكبر؟
iii) قارن بين الوسيطين للشعبتين.

2 استعمل مجموعة البيانات التالية 73، 56، 56، 73، 68، 73، 59، 56، 73، 68 كي تنشىء بيان شاربين ثم أجب عما يلي:
i) ما مدى هذه البيانات؟
ii) جد الربيع الادنى والربيع الاعلى.
iii) كيف تفسران احد الشاربين اقصر من الاخر؟

3 رمي قطعة نقود، وحجر النرد، اكتب جميع النتائج الممكنة باستعمال مخطط الشجرة.

4 استعمل قانون العد الاساسي لايجاد عدد الاحتمالات في السؤال (3).

5 كيف تميز بين حدثين من حيث كونها مستقلين او مترابطين؟ وضح ذلك بمثال.

6 رمي حجر النرد، اوجد احتمال ان يكون الاعداد الظاهرة تقبل القسمة على 3.

7 اذا كان E_1, E_2 حدثان متتامتان وكان $P(E_1) = \frac{2}{9}$ جد $P(E_2)$

8 يمثل الجدول التالي بعد رمي قطعة نقود 15 مرة قدر احتمال ظهور الصورة. مانوع الأحتمال؟

النتيجة	الصورة	الكتابة
عدد المرات	9	6

9 رمي حجر النرد، جد احتمال عدم ظهور العدد 3.

10 صندوق فيه 5 بطاقات صفرٍ، 8 بطاقات زرق. ما احتمال سحب بطاقة زرقاء؟

تمرينات الفصول

1 الفصل الأول : الاعداد النسبية

The Rational Numbers

2 الفصل الثاني : الاعداد الحقيقية

The Real Numbers

3 الفصل الثالث : الحدوديات

polynomials

4 الفصل الرابع : المعادلات والمتباينات

Inequalities and Equations

5 الفصل الخامس : الهندسة والقياس

Geometry and Measurement

6 الفصل السادس : الهندسة الإحداثية

Coordinate Geometry

7 الفصل السابع : الأحصاء والأحتمالات

Statistics and Probabilities

اختر الإجابةَ الصحيحةَ لكلِّ مما يأتي:

الدرس [1-1] ترتيبُ العملياتِ على الاعدادِ النسبيةِ

استعمل جمع وطرح الأعداد النسبية لتكتب كل مقدارٍ بأبسطِ صورةٍ:

1 $2\frac{1}{3} + 1\frac{1}{5} - \frac{6}{15} = \ldots$ a) $\frac{15}{47}$ b) $-\frac{15}{47}$ c) $\frac{47}{15}$ d) $-\frac{47}{15}$

2 $6.13 - 5.02 + 1.5 = \ldots$ a) 2.16 b) 2.61 c) -2.16 d) 2.61

استعمل ضرب وقسمة الأعداد النسبية لتكتب كل مقدارٍ بأبسطِ صورةٍ:

3 $1\frac{1}{4} \times (-2\frac{1}{2}) \div 3\frac{4}{2} = \ldots$ a) $\frac{5}{8}$ b) $\frac{-5}{8}$ c) $\frac{8}{5}$ d) $\frac{-8}{3}$

4 $4.3 \times 1.2 \div (-0.4) = \ldots$ a) 12.9 b) -12.95 c) 19.20 d) -12.90

استعمل ترتيب العمليات على الأعداد النسبية لتكتب كل مقدارٍ بأبسطِ صورةٍ:

5 $\frac{-2}{6} \times \frac{12}{-3} - \frac{1}{3} \times \frac{15}{2} = \ldots$ a) $-\frac{7}{6}$ b) $\frac{6}{7}$ c) $\frac{7}{6}$ d) $-\frac{6}{7}$

6 $\frac{1}{9} \div \frac{5}{36} \times \frac{1}{-2} + \frac{7}{2} = \ldots$ a) $-\frac{31}{10}$ b) $\frac{31}{10}$ c) $\frac{10}{31}$ d) $-\frac{10}{31}$

الدرس [1-2] القوى (الأسسُ) السالبةُ والصورةُ العلميةُ للعدد

1 4^{-2} a) $\frac{-1}{8}$ b) $\frac{-1}{16}$ c) $\frac{1}{8}$ d) $\frac{1}{16}$

2 $(7)^{-2} - (-1)^4 + 1^{-7} - \frac{1}{7} = \ldots\ldots$ a) $\frac{-6}{49}$ b) $\frac{-114}{49}$ c) $\frac{6}{49}$ d) $\frac{114}{49}$

اكتب الأعداد التالية بالصورةِ الرقميةِ:

3 $3.4 \times 10^5 = \ldots\ldots$ a) 300040 b) 300400 c)304000 d) 340000

4 $2.51 \times 10^{-3} = \ldots\ldots$ a) 0.00251 b) 0.00215 c) 0.00125 d) 0.00512

اكتب الأعداد التالية بالصورةِ العلميةِ:

5 $52100 = \ldots\ldots$ a) 5.21×10^3 b) 5.21×10^4 c) 5.21×10^5 d) 5.21×10^6

6 $0.0035 = \ldots\ldots$ a) 3.5×10^{-6} b) 3.5×10^{-5} c) 3.5×10^{-4} d) 3.5×10^{-3}

اختر الإجابةَ الصحيحةَ لكلِّ مما يأتي:

الدرس [1-3] خصائصُ القوى (الأسسِ)

اضرب واقسم واكتب ناتج الضرب وناتج القسمة كقوة واحدة:

1 $7^4 \times 7^{-4} \times 7^0 =$..... a) 7^{-1} b) 7^0 c) -7^0 d) -7^{-1}

2 $4^{-2} \times 16^{-2} \times (-32)^2 =$..... a) -2^{-4} b) 2^{-4} c) 2^{-7} d) -2^{-2}

3 $\frac{(-27)^2}{(-9)^3} =$..... a) 3^{-12} b) -3^{-12} c) -1 d) 1

4 $\frac{(-32)^0}{(-2)^3} =$..... a) -2 b) 0 c) $(-2)^{-3}$ d) 2^2

بسط وأكتب القسمة بوصفه قوة واحدة:

5 $\frac{-5^3 \times 4^3}{4^2 \times 5^6} =$..... a) $\frac{5^{-3}}{2^2}$ b) $\frac{5^3}{2^{-2}}$ c) $\frac{2^2}{5^3}$ d) $-\frac{2^2}{5^3}$

6 $\frac{7^{-6} \times 7^0 \times 9^{-2}}{(-7)^2 \times 3^2 \times (-1)^0} =$..... a) $\frac{7^{-8}}{-3^6}$ b) $\frac{7^{-8}}{3^6}$ c) $\frac{3^{-6}}{7^8}$ d) $-\frac{3^2}{7^8}$

الدرس [1-4] الكسورُ الدوريةُ والصورةُ العلميةُ للعددِ (باستعمالِ الحاسبة)

استعمل الحاسبة لتكتب الناتج على صورةِ كسرٍ عشريٍّ:

1 $\frac{3}{8}+\frac{5}{9} =$..... a) $0.3905\overline{}$ b) $0.9305\overline{}$ c) $0.5903\overline{}$ d) $0.9035\overline{}$

2 $\frac{8}{9} \times \frac{36}{48} \div \frac{-6}{21} =$ ... a) $2.3\overline{}$ b) $-2.3\overline{}$ c) $3.2\overline{}$ d) $-3.2\overline{}$

استعمل الحاسبة لتكتب ناتج الضربِ والقسمةِ بالصورةِ العلميةِ :

3 $(4.2 \times 10^5)(3.6 \times 10^{-4}) =$.....

a) 1.251×10^2 b) 1.152×10^2 c) 1.512×10^2 d) 1.125×10^2

4 $\frac{6.25 \times 10^{-7}}{2.5 \times 10^6} =$.....

a) 2.5×10^{13} b) 2.5×10^{-1} c) 2.5×10^{-13} d) 2.5×10

اختر الإجابةَ الصحيحةَ لكلِّ مما يأتي:

الدرس [1-5] تبسيطُ الجملِ العدديةِ الكسريةِ

بسط الجمل العددية الكسرية التالية واكتب الناتج بأبسطِ صورةٍ:

1 $\frac{\sqrt[3]{-1}}{7} \times \frac{|-35|}{10} + \frac{2}{7} \times \frac{-21}{\sqrt[3]{8}} =$..... a) $-\frac{7}{2}$ b) $-\frac{5}{2}$ c) $\frac{2}{7}$ d) $-\frac{2}{5}$

2 $\frac{4}{\sqrt{81}} \div \frac{|-20|}{10} - \frac{\sqrt[3]{-27}}{12} \div \frac{-3}{8} =$..... a) $-\frac{4}{9}$ b) $\frac{4}{9}$ c) $\frac{9}{4}$ d) $-\frac{9}{4}$

3 $\frac{1}{2^3} \times 2^{-5} \div (-1)^{-4} (2)^{-2} =$..... a) 2^{-5} b) 2^{-6} c) 2^{-10} d) 2^{10}

بسط الجمل العددية الكسرية التالية واكتب الناتج بالصورة العلمية:

4 $3.2 \times 10^4 + 0.22 \times 10^5 =$ .....

a) 0.54×10^4 b) 0.45×10^4 c) 0.45×10^5 d) 5.4×10^4

5 $8.3 \times 10^{-6} - 0.57 \times 10^{-3} =$ .....

a) 5.671×10^{-4} b) 5.617×10^{-4} c) 5.617×10^{-3} d) 5.671×10^{-3}

الدرس [2-1] مفهومُ الأعدادِ الحقيقيةِ وتمثيلها على مستقيمِ الأعدادِ

صنف العدد من حيث كونه عدداً نسبياً أو غير نسبيٍّ أو غير حقيقيٍّ :

1 $\sqrt{13}$ a) عدد نسبي b) عدد طبيعي c) عدد غير نسبي d) عدد صحيح

2 $\sqrt{\frac{4}{36}}$ a) عدد صحي b) عدد غير حقيقي c) عدد غير نسبي d) عدد نسبي

اكتب الجذر التربيعي التالي بأبسطِ صورةٍ :

3 $\sqrt{\frac{2}{18}}$ a) $\frac{\sqrt{2}}{6}$ b) $\frac{2}{18}$ c) $\frac{1}{3}$ d) $\frac{2}{\sqrt{2}}$

قدر الجذور التربيعية التالية بالتقريب لأقربِ عُشرٍ.

4 $\sqrt{5} \approx$ ..... a) -2.2 b) 2.236 c) -2.3 d) 2.23

5 $\sqrt{7.6} \approx$ ..... a) 2.7 b) 2.75 c) 2.275 d) 2.8

رتب الأعداد الحقيقية التالية من الأكبرِ الى الأصغرِ:

6 $-\sqrt{17}, -4\frac{1}{5}, -4.02$ a) $-4.02, -\sqrt{17}, -4\frac{1}{5}$ b) $-4.02, -4\frac{1}{5}, -\sqrt{17}$

c) $-\sqrt{17}, -4\frac{1}{5}, -4.02$ d) $-4\frac{1}{5}, -\sqrt{17}, -4.02$

اختر الإجابةَ الصحيحةَ لكلِّ مما يأتي:

الدرس [2-2] خصائص الأعداد الحقيقية

اكتب مثالاً لكل خاصية من الخصائص الآتية:

1 $a+(-a)=0,\ \forall a, -a \in R$

a) $\frac{5}{\sqrt{7}}+\frac{\sqrt{7}}{5}=0$ b) $\frac{5}{\sqrt{7}}+(-\frac{5}{\sqrt{7}})=0$

c) $\frac{5}{\sqrt{7}}+\frac{5}{\sqrt{7}}=0$ d) $\frac{5}{\sqrt{7}}+(-\frac{\sqrt{7}}{5})=0$

2 $a \times \frac{1}{a}=1,\ \forall\ a \in R, a \neq 0$

a) $\frac{1}{\sqrt{3}} \times \frac{1}{\sqrt{3}}=1$ b) $\frac{1}{\sqrt{3}} \times \frac{-1}{\sqrt{3}}=1$

c) $\frac{1}{\sqrt{3}} \times \sqrt{3}=1$ d) $\frac{1}{\sqrt{3}} \times (-\sqrt{3})=1$

جد النظير الجمعي للأعداد الحقيقية الآتية:

3 $7\sqrt{5}-8$ a) $7\sqrt{5}+8$ b) $-7\sqrt{5}-8$ c) $\frac{1}{7\sqrt{5}-8}$ d) $-7\sqrt{5}+8$

4 $-\sqrt{1}-\sqrt{2}$ a) $1+\sqrt{2}$ b) $\sqrt{1}-\sqrt{2}$ c) $\sqrt{2}-\sqrt{1}$ d) $-1-\sqrt{2}$

جد النظير الضربي للأعداد الحقيقية الآتية :

5 $-\sqrt{\frac{1}{12}}$ a) $2\sqrt{3}$ b) $\frac{-1}{2\sqrt{3}}$ c) $-2\sqrt{3}$ d) $\frac{1}{2\sqrt{3}}$

6 $-6\frac{2}{5}-3\frac{3}{5}$ a) $\frac{5}{14}$ b) $\frac{-5}{14}$ c) $\frac{1}{10}$ d) $\frac{-1}{10}$

الدرس [2-3] تبسيطُ الجملِ العدديةِ التي تحتوي على جذورٍ تربيعيةٍ

بسط الجمل العددية التالية باستعمالِ خصائصِ الأعدادِ الحقيقيةِ :

1 $7\sqrt{20}-3\sqrt{45}$ a) $23\sqrt{5}$ b) $5\sqrt{5}$ c) $-23\sqrt{5}$ d) $-5\sqrt{5}$

2 $\sqrt[3]{-27}(\sqrt{7}+1^3)+7\sqrt{7}$ a) $4\sqrt{7}-9$ b) $10\sqrt{7}-3$ c) $10\sqrt{7}-9$ d) $4\sqrt{7}-3$

بسط الجمل العددية التالية باستعمالِ خاصيةِ تنسيبِ المقامِ :

3 $\frac{\sqrt{98}-\sqrt{18}}{3\sqrt{24}}$ a) $\frac{3}{2\sqrt{3}}$ b) $\frac{2}{3\sqrt{3}}$ c) $\frac{2}{3\sqrt{2}}$ d) $\frac{3}{2\sqrt{2}}$

4 $\frac{10\sqrt{6}}{\sqrt{48}} \div \frac{5\sqrt{2}}{\sqrt{49}}$ a) $\frac{2}{7}$ b) $-\frac{7}{2}$ c) $\frac{7}{2}$ d) $-\frac{2}{7}$

اختر الإجابةَ الصحيحةَ لكلِّ مما يأتي:

الدرس [2-4] تطبيقاتُ على نظريةِ فيثاغورس

جد الجذرين التربيعين الموجب والسالب للأعداد الآتية :

1	49	a) $\pm\sqrt{7}$	b) ± 7	c) $\sqrt{7}$	d) -7
2	225	a) $\sqrt{15}$	b) $\pm\sqrt{15}$	c) ± 15	d) 15
3	6.25	a) ± 2.5	b) ± 5.2	c) ± 2.25	d) ± 22.5

جد طول الضلع القائم إذا علمت أنّ طول الوترِ والضلع القائم لكلِّ مثلث مما يأتي:

4	3 cm, 5 cm, ?	a) $\sqrt{4}$	b) 4	c) $-\sqrt{4}$	d) -4
5	4 cm, $\sqrt{65}$ cm, ?	a) $\sqrt{7}$	b) -7	c) $-\sqrt{7}$	d) 7

الدرس [2-5] المستوى الإحداثي

عند تمثيل جدول قيم الدالة التالي في المستوى الاحداثي فإن الشكلَ الهندسيَّ الذي يمثِّله هو:

1

X	4	-4	-4	4
Y	4	-4	4	-4

a) مستطيل b)مثلث

c)مربع d) شبه منحرف

2

X	2	-4	-3	2
Y	3	3	0	0

a)مستطيل b)متوازي اضلاع

c)مربع d) شبه منحرف

مثل كل زوجٍ من الزوجين المرتبين التاليين في المستوى الإحداثي ثم جد المسافةَ بينهما مقربة لأقربِ عُشرٍ إذا كانت لاتمثل عدداً صحيحاً :

3	{(-4,0) , (0,5)}	a) 6.3	b) 6	c) 4. 6	d) 6.4
4	{(3,3) , (-3,-3)}	a) 8.4	b) 5.8	c) 8.5	d) 8
5	{(0,0) , (6,-5)}	a) 7	b) 6	c) 7. 8	d) 6.7

اختر الإجابةَ الصحيحةَ لكلِّ مما يأتي:

الدرس [3-1] جمع المقاديرِ الجبريةِ وطرحُها

حل المقادير الجبرية التالية باستعمالِ الجمع :

1 $(\sqrt{5}\,y^2x^2+6)+(3\sqrt{5}\,x^2y^2+9y+4)$ a) $4\sqrt{5}\ y^2x^2+10$

b) $2\sqrt{5}\ y^3x^2+9y+10$ c) $4\sqrt{5}\ y^3x^2+10y$ d) $4\sqrt{5}\ y^2x^2+9y+10$

2 $(|-2|z^2w+4k+\sqrt{7})+(|10|z^2w-10k+2\sqrt{7})$ a) $8z^2w+6k+3\sqrt{7}$

b) $-12z^2w-6k+3\sqrt{7}$ c) $12z^2w-6k+3\sqrt{7}$ d) $-12z^2w-14k+3\sqrt{7}$

حل المقادير الجبرية التالية باستعمالِ الطرح:

3 $(\sqrt{13}\,g^3h^4+z^2+20)-(5\sqrt{13}\,g^3h^4-4z^2+12)$ a) $4\sqrt{13}\,g^3h^4+5z^2+22$

b) $4\sqrt{13}\,g^3h^4+3z^2+8$ c) $-4\sqrt{13}\,g^3h^4-5z^2+20$ d) $-4\sqrt{13}\,g^3h^4+5z^2+8$

4 $(|-24|yz+2x^2+12)-(6yz-15x^2-4)$ a) $30yz+13x^2+16$

b) $-18yz-13x^2+8$ c) $18yz+17x^2+16$ d) $18yz-13x^2+16$

الدرس [3-2] ضربُ حدٍّ جبريٍّ في مقدارٍ جبريٍّ

جد ناتج الضرب لكل مما يأتي:

1 $(-25x^2y^2z)(4xy)$ a) $-100x^3y^3$ b) $100x^3y^3z$ c) $100x^2y^2z$ d) $-100x^3y^3z$

2 $(\frac{7}{2}z^2w^2)(\frac{3}{9}zw^3)$ a) $\frac{21}{18}z^2w^6$ b) $\frac{7}{6}z^3w^5$ c) $\frac{7}{6}z^3w^6$ d) $\frac{7}{6}z^2w^5$

3 $(\sqrt{5}\,h^2k^2)(\sqrt{5}\,h^2k^3)$ a) $5h^4k^5$ b) $5k^5$ c) $5k$ d) $5k^6$

4 $(|-3|g^3h)(|4|g^4h^2)$ a) $-12gh$ b) $-12\,g^7h^2$ c) $12g^7h^3$ d) $12g^7h$

5 $\frac{1}{2}m^2n^2(4mn+8)$ a) $4m^3n^3+16mn$ b) $2m^3n^3+4$

c) $4mn+4m^2n^2$ d) $4m^3n^3+4m^2n^2$

اختر الإجابةَ الصحيحةَ لكلِّ مما يأتي:

الدرس [3-3] ضربُ المقاديرِ الجبريةِ

جد ناتج الضربِ لكل مما يأتي:

1 $(x-5)(x+5)$ a) x^2+25 b) x^2-25 c) $x^2-10x+25$ d) $x^2+5x-25$

2 $(z-\sqrt{5})(z+\sqrt{5})$ a) z^2-5 b) z^2+5 c) $z^2+\sqrt{25}z+5$ d) $z^2-\sqrt{25}z-5$

3 $(|-4|gh-3)(4gh+3)$ a) $16g^2h^2+gh+9$ b) $16g^2h^2-gh+9$ c) $16g^2h^2+9$ d) $16g^2h^2-9$

4 $(\frac{1}{2}x-3)(\frac{1}{4}x^2+\frac{3}{2}x+9)$ a) $8x^3+27$ b) $\frac{1}{8}x^3+27$ c) $8x^3-27$ d) $\frac{1}{8}x^3-27$

5 $(2y-1)(4y^2+2y+1)$ a) $8y^3-1$ b) y^3-8 c) $8y^3+1$ d) y^3+8

الدرس [3-4] قسمةُ مقدارٍ جبريٍّ على حدٍّ جبريٍّ

جد ناتج القسمةِ لكل مما يأتي:

1 $\frac{36z^2w^2}{9zw}$ a) $4z^3w^3$ b) $\frac{1}{4}zw$ c) $4zw$ d) $\frac{1}{4}z^3w^3$

2 $\frac{81g^3h^3}{3g^{-6}h^{-6}}$ a) $27g^3h^3$ b) $27g^9h^9$ c) $27g^{-3}h^{-3}$ d) $27g^{-9}h^{-9}$

3 $\frac{\sqrt{49}x^{-2}y^2}{7x^{-3}y^{-2}}$ a) xy^4 b) $7x^{-6}y^4$ c) $x^{-6}y^4$ d) xy

4 $\frac{5x^2y^2-15x^4y^2+20x^5y^3}{5x^3y^3}$ a) $x^5y^5-3x^7y^6+4x^2$ b) $\frac{1}{xy}-3xy^{-1}+4x^2$ c) $x^5y^5-3xy^5+4x^2y^6$ d) $xy-3xy+4x^2y$

5 $\frac{16m^6n^6-32m^7n^6-4m^4n^4}{4m^3n^3}$ a) $4m^9n^9-8m^{10}n^9-m^7n^7$ b) $4m^2n^2-8m^4n^3-mn$ c) $4m^3n^3-8m^4n^3-m^7n^7$ d) $4m^3n^3-8m^4n^3-mn$

اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي:

الدرس [3-5] تحليلُ المقاديرِ الجبريةِ

حلل المقدارَ الجبريَّ الآتي:

1 $81xy + 72x$ a) $9x(9y+8)$ b) $9(9xy-8)$ c) $9x(9xy-9)$ d) $9x(9xy+9)$

2 $7z^3 - z^2$ a) $7z^2(z + \frac{1}{7})$ b) $7z^2(z + 1)$

c) $7z^2(z - \frac{1}{7})$ d) $z^2(z - 1)$

3 $49g^2h^2 + 21gh$ a) $7gh(7gh+3)$ b) $7gh(7gh-3)$

c) $7(7gh+3)$ d) $7(7g^2h^2 +3gh+1)$

4 $11m^3n^2 - 44m^2n^2 - 121mn$

a) $mn(11m^2n^2 - 4mn-1)$ b) $11mn(m^2n^2 -4mn-11)$

c) $11mn(m^2n-4mn-11)$ d) $11\ (11m^2n^2 -4mn-1)$

5 $150r^3v^2 + 25rv+75r^2v^2$ a) $25rv(6r^2v+1 +3rv)$ b) $25rv(6rv+3rv-1)$

c) $75\ rv(2rv+1)$ d) $75rv(2r^2v+13+rv)$

الدرس [4-1] حلَّ معادلاتٍ من الدرجةِ الاولى بمتغيرٍ واحدٍ بخطوتين في R

حلَّ المعادلاتِ التالية باستعمالِ الجمعِ و الطرحِ :

1 $5x+ 20 = 4x -10$ a) $x = 10$ b) $x = 30$ c) $x = -10$ d) $x = -30$

2 $|-12|\ z = \sqrt[3]{-8} +13z$ a) $z = 2$ b) $z = 4$ c) $z = -2$ d) $z = -4$

3 $\sqrt[3]{27}\ x+1= |-11|+2x$ a) $x = 12$ b) $x = -10$ c) $x =10$ d) $x = -12$

حلَّ المعادلاتِ التالية باستعمالِ الضربِ والقسمةِ :

4 $\sqrt[3]{27}\ x \div |-5| = 8$ a) $x = -\frac{40}{3}$ b) $x = \frac{3}{40}$ c) $x = \frac{40}{3}$ d) $x = -\frac{3}{40}$

5 $|-6|\ h = 81 \div (-3)$ a) $h = \frac{2}{9}$ b) $h = -\frac{9}{2}$ c) $h = -\frac{2}{9}$ d) $h = \frac{9}{2}$

اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي:

الدرس [4-2] حلَّ معادلاتٍ من الدرجةِ الاولى بمتغيرٍ واحدٍ بخطواتٍ متعدِّدةٍ في R

حل المعادلات التالية باستعمالِ خصائص الاعدادِ الحقيقيةِ:

1 $|-8|+x=12-2x$ a) $x=-\frac{3}{4}$ b) $x=-\frac{4}{3}$ c) $x=\frac{4}{3}$ d) $x=\frac{3}{4}$

2 $\sqrt[3]{-125}\ x \div |-5| = 2\sqrt{7} \div 7$ a) $x=-\frac{2}{\sqrt{7}}$ b) $x=\frac{2}{7}$ c) $x=\frac{2}{\sqrt{7}}$ d) $x=-\frac{2}{7}$

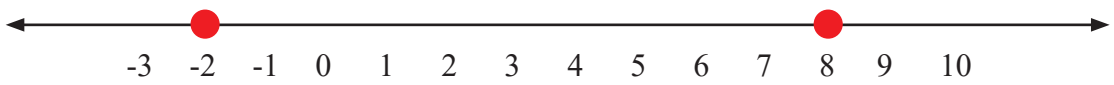
3 $\frac{6y}{2+\sqrt[3]{-27}}=\frac{y}{3}$ a) $y=-\frac{1}{17}$ b) $y=0$ c) $y=\frac{1}{17}$ d) $y=17$

حلَّ المعادلاتِ الآتية :

4 $|z-12|=7$ a) $s=\{-19,-5\}$ b) $s=\{-19,5\}$ c) $s=\{19,-5\}$ d) $s=\{19,5\}$

5 $|3y-20|=\sqrt{36}$ a) $s=\{\frac{26}{3},\frac{3}{14}\}$ b) $s=\{\frac{3}{26},\frac{14}{3}\}$ c) $s=\{\frac{26}{-3},\frac{14}{-3}\}$ d) $s=\{\frac{26}{3},\frac{14}{3}\}$

6 **إن معادلةَ القيمةَ المطلقةَ التي تمثيلُها البيانيُّ على مستقيمِ الأعدادِ هي:**



a) $|x+4|=5$ b) $|x-4|=5$ c) $|x+3|=5$ d) $|x-3|=5$

الدرس [4-3] حل معادلاتٍ من الدرجة الثانية بمتغيرٍ واحدٍ في R

حل المعادلات التالية باستعمالِ الجذرِ التربيعيِّ :

1 $9y^2=1$ a) $s=\{\frac{1}{3},\frac{1}{-3}\}$ b) $s=\{\frac{1}{9},\frac{1}{-9}\}$ c) $s=\{\frac{1}{-3},\frac{1}{-9}\}$ d) $s=\{\frac{1}{3},\frac{1}{9}\}$

2 $\frac{1}{3}t^2=12$ a) $s=\{6,0\}$ b) $s=\{-6,0\}$ c) $s=\{2,-2\}$ d) $s=\{6,-6\}$

3 $n^2-\frac{2}{8}=\frac{3}{8}$

a) $s=\{\sqrt{\frac{8}{5}},-\sqrt{\frac{8}{5}}\}$ b) $s=\{\sqrt{\frac{1}{8}},-\sqrt{\frac{1}{8}}\}$ c) $s=\{\sqrt{\frac{5}{8}},-\sqrt{\frac{5}{8}}\}$ d) $s=\{\sqrt{\frac{5}{8}},-\sqrt{\frac{8}{5}}\}$

حل المعادلات التالية باستعمالِ خاصية الضربِ الصفريِّ:

4 $x^2-x=0$ a) $s=\{0,-1\}$ b) $s=\{1,1\}$ c) $s=\{1,-1\}$ d) $s=\{0,1\}$

5 $\frac{1}{5}r-\frac{1}{\sqrt{5}}r^2=0$ a) $s=\{0,\frac{1}{5}\}$ b) $s=\{0,\frac{-1}{\sqrt{5}}\}$ c) $s=\{0,\frac{-1}{5}\}$ d) $s=\{0,\frac{1}{\sqrt{5}}\}$

اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي:

الدرس [4-4] حلّ المتباينات الجبريةِ ذات الخطوتين في R

حل المتباينات التالية في R باستعمالِ خصائص الجمعِ والطرحِ :

1 $3y-\sqrt[3]{8} \geq 4y+\sqrt[3]{-27}$ a) $y \leq -1$ b) $y \geq -1$ c) $y \geq 1$ d) $y \leq 1$

2 $4\left(\frac{1}{4}z+\frac{5}{14}\right) < 0$ a) $z < -\frac{10}{7}$ b) $z < \frac{10}{7}$ c) $z > \frac{10}{7}$ d) $z < -\frac{10}{7}$

حل المتباينات التالية في R باستعمالِ خواصِّ الضربِ والقسمةِ :

3 $\frac{4h}{6} \geq \frac{-8}{21}$ a) $s=\{h:h\in R, h \leq \frac{4}{7}\}$ b) $s=\{h:h\in R, h \leq -\frac{4}{7}\}$

c) $s=\{h:h\in R, h \geq -\frac{4}{7}\}$ d) $s=\{h:h\in R, h \geq \frac{4}{7}\}$

4 $\frac{1}{\sqrt{2}} \leq \frac{\sqrt{2}\,n}{9}$ a) $n \leq \frac{9}{2}$ b) $n \geq \frac{9}{2}$ c) $n \geq \frac{-9}{2}$ d) $n \leq \frac{-9}{2}$

حل المتباينات التالية في R باستعمالِ خواصِّ المتباينات على الأعدادِ الحقيقيةِ :

5 $5y+\sqrt[3]{-27} > 3y-\sqrt[3]{8}$ a) $y \leq \frac{1}{2}$ b) $y \leq \frac{-1}{2}$ c) $y \geq \frac{-1}{2}$ d) $y > \frac{1}{2}$

6 $4\left(\frac{1}{7}-\frac{3}{12}z\right) \leq 0$ a) $z \geq \frac{-4}{7}$ b) $z \leq \frac{7}{4}$ c) $z \leq \frac{4}{7}$ d) $z \geq \frac{4}{7}$

الدرس [4-5] حلّ المتباينات الجبريةِ متعدِّدةَ الخطواتِ في R

حل المتباينات التالية في R باستعمالِ خصائص المتباينات على الأعدادِ الحقيقيةِ :

1 $5(y+1) \geq 8-\sqrt[3]{-125}$ a) $s=\{y:y\in R, y \leq -\frac{5}{8}\}$ b) $s=\{y:y\in R, y \leq \frac{8}{5}\}$

c) $s=\{y:y\in R, y \geq \frac{5}{8}\}$ d) $s=\{y:y\in R, y \geq \frac{8}{5}\}$

2 $\frac{1}{2}(x-\frac{4}{3})+\frac{1}{6}x < -\frac{2}{3}$ a) $x < \frac{4}{3}$ b) $x > 0$ c) $x < 0$ d) $x > \frac{-4}{3}$

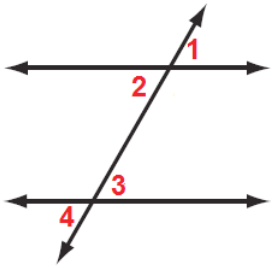
3 $2(v-4\sqrt{5}) > 5(v-\sqrt{5})$ a) $v < -\sqrt{5}$ b) $v > \sqrt{5}$ c) $v > -\sqrt{5}$ d) $v < \sqrt{5}$

4 $\frac{1}{5}(z-\sqrt{3}) \geq \frac{1}{5}(\sqrt{3}-z)$ a) $z \geq \sqrt{3}$ b) $z \leq \frac{2}{\sqrt{3}}$ c) $z \leq \sqrt{3}$ d) $z \geq \frac{2}{\sqrt{3}}$

5 $\frac{12}{\sqrt[3]{-27}} - 2r > \frac{1}{3} - r$ a) $r > \frac{13}{3}$ b) $r < -\frac{13}{3}$ c) $r < \frac{3}{13}$ d) $r > -\frac{3}{13}$

اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي:

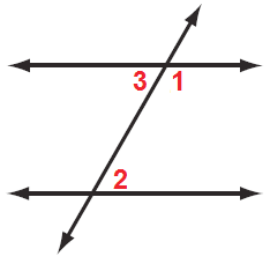
الدرس [5-1] علاقة الزوايا والمستقيمات (نظريات)



1 العلاقة بين الزاويتين 2 و4 في الشكل المجاور :

a. متجاورتان b. متبادلتان

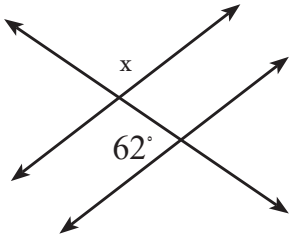
c. متقابلتان بالراس d. متناظرتان



2 في الشكل المجاور اذا كان $m\angle 1 = 60^\circ$ فان $m\angle 2$ يساوي

a. 60° b. 80°

c. 90° d. 120°



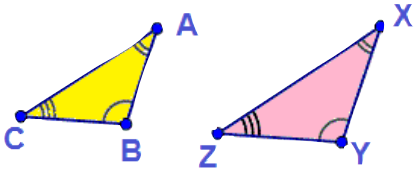
3 قياس الزاوية x في الشكل المجاور

a. 118° b. 18°

c. 90° d. 88°

الدرس [5-2] تطابق المثلثات

1 المثلثان في الشكل المجاور



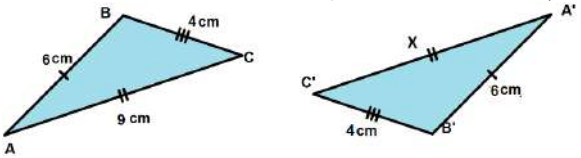
a. متطابقان بسبب تطابق ضلعين وزاوية محددة بينهما

b. متطابقان بسبب تطابق اضلاعهما الثلاثة

c. غير متطابقان بسبب كون المثلثات لا تتطابق بتطابق زواياها الثلاثة

d. متطابقان بسبب تطابق زاويتين وضلع محدد بهما

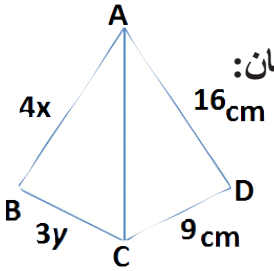
2 المثلثان في الشكل المجاور متطابقان لذا فان قيمة X التي تمثل طول الضلع :



a. 4 cm b. 9 cm

c. 6 cm d. 2 cm

3 قيمة X,Y التي تجعل المثلثان ABC ، ACD في الشكل المجاور متطابقان:

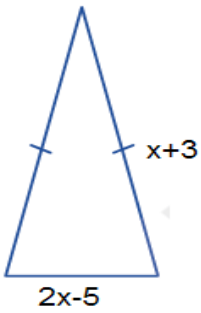


a. (x= 3,y =4) b. (x= 4,y =4)

c. (x = 3 ,y = 3) d. (x = 4,y =3)

اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي:

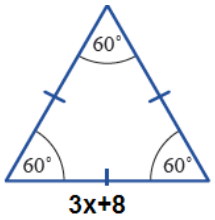
الدرس [3-5] خصائص المثلثات (متساوي الساقين – متساوي الاضلاع ، قائم الزاوية)



1 في المثلث المتساوي الساقين المجاور اذا علمت ان المحيط 13cm.فان قيمة X :

a. 6 b. 5

c. 4 d. 3



2 في المثلث المتساوي الاضلاع المجاور اذا كان محيطه 69cm . فان قيمة X :

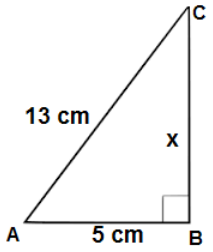
a. 6 b. 5

c. 4 d. 3

3 قياس كل زاوية في مثلث قائم الزاوية ومتساوي الساقين :

a. 60° b. 30°

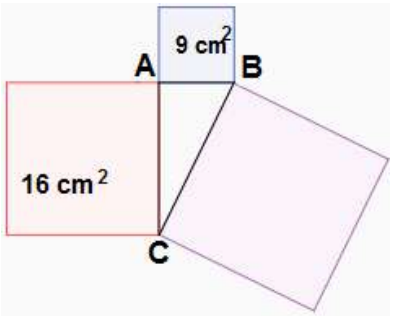
c. 45° d. 90°



4 في المثلث قائم الزاوية المجاور طول الضلع BC :

a. 12 b. 6 c.5 d. 9

5 في الشكل المجاور المثلث قائم الزاوية في A . مساحة المربع الكبير تساوي :



a. 4 cm^2 b. 9 cm^2 c. 6 cm d. 25 cm^2

6 مجموعة الاعداد التي لا تحقق مبرهنة فيثاغورس فيما لو كانت اضلاعا لمثلث :

a. { 3,4,5 } b. { 6,8,10 } c.{ 5,12,13 } d. { 3,5,33}

اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي:

الدرس [5-4] متوازي الاضلاع والمعين وشبه المنحرف

1 مساحة متوازي الأضلاع إذا علمت أنّ طول قاعدته **10cm**، وطول ارتفاعه **16cm** يساوي :

a. 800 cm^2 b. 1600 cm^2 c. 900 cm^2 d. 160 cm^2

2 محيط متوازي الأضلاع طول اثنين من أضلاعه المتجاورة **10cm , 4cm** يساوي :

a. 40 cm b. 20 cm c. 28 cm d. 80 cm

3 مساحة شبه المنحرف الذي طولا ضلعين متوازيين فيه **6cm , 10cm** وارتفاعه **5cm** :

a. 110 cm^2 b. 90 cm^2 c. 100 cm^2 d. 40 cm^2

4 معين مساحته **1500cm^2** وارتفاعه **10cm** فان طول ضلعه :

a. 75 cm b. 150 cm c. 36 cm d. 90 cm

5 متوازي اضلاع طول قاعدته **16cm** وارتفاعه نصف طول القاعدة فان مساحته :

a. 144 cm^2 b. 128 cm^2 c. 80 cm^2 d. 40 cm^2

الدرس [5-5] الاسطوانة والكرة (الخصائص ، المساحه السطحية ، الحجم)

1 اسطوانة دائرية قائمة طول نصف قطر قاعدتها **14cm** وارتفاعها **10cm** فان مساحتها الجانبية :

a. 700 cm^2 b. 820 cm^2 c. 880 cm^2 d. 800 cm^2

2 اسطوانة دائرية قائمة مغلقة طول نصف قطر قاعدتها **7cm** وارتفاعها **3cm** فان مساحتها الكلية :

a. 176π cm^2 b. 170π cm^2 c. 190π cm^2 d. 140π cm^2

3 اسطوانة دائرية قائمة طول نصف قطر قاعدتها 6cm وحجمها 360π cm^3 فان ارتفاعها :

a. 16 cm b. 8 cm c. 10 cm d. 5 cm

4 كرة نصف قطرها **3cm** فان حجمها :

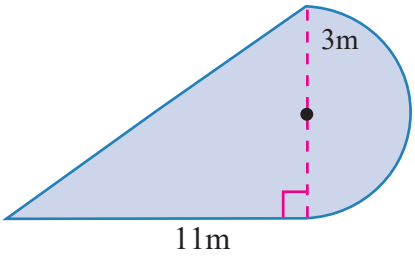
a. 36π cm^3 b. 18π cm^3 c. 24π cm^3 d. 72π cm^3

5 طول نصف قطر كرة مساحتها السطحية 400π cm^2 :

a. 12 cm b. 8 cm c. 10 cm d. 9 cm

اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي:

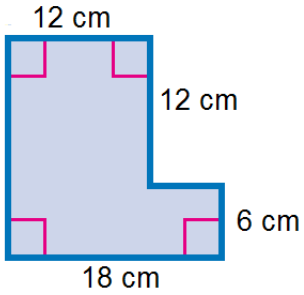
الدرس [5-6] مساحة الاشكال المركبة المنتظمة وغير المنتظمة



1 مساحة الشكل المركب المنتظم المجاور تساوي

a. 47.13 cm^2 b. 18.13 cm^2

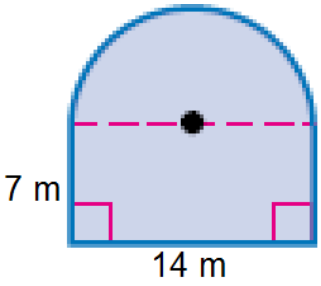
c. 74.13 cm^2 d. 90.13 cm^2



2 مساحة الشكل المركب المنتظم المجاور تساوي

a. 225 cm^2 b. 252 cm^2

c. 522 cm^2 d. 512 cm^2

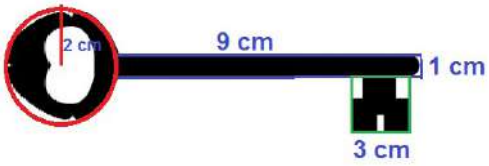


3 مساحة الشكل المركب المنتظم المجاور تساوي

a. 175 cm^2 b. 170 cm^2

c. 180 cm^2 d. 215 cm^2

4 المساحة التقريبية لسطح المفتاح في الشكل المجاور



a. 32 cm^2 b. 30 cm^2

c. 31 cm^2 d. 33 cm^2

5 في الصورة المجاورة خريطةُ بغداد محاطة بدائرة نصف قطرها 3cm وبمقياس رسم 1:100000 تكون مساحة مدينة بغداد بصورة تقريبية باستخراج مساحة الدائرة :

a. 12π cm^2 b. 8π cm^2

c. 10π cm^2 d. 9π cm^2

اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي:

الدرس [6-1] تمثيل جدول دالة محددة في المستوى الاحداثي

1 العلاقة التي مدخلاتها ثابتة ومخرجاتها متغيرة تمثل بيانياً في المستوى الاحداثي بأنها (على أو موازية لـ):

a. محور السينات b. محور الصادات c. نقطة الاصل d. المحورين السيني والصادي

2 ما يقطعه محمد من مسافة بالكيلومترات في 3 ساعات عند صعودهِ القطار، علماً أنه يقطع في الساعة الواحدة 10km:

a. 5 b. 10 c. 20 d. 30

3 إذا كان جدول الدالة:

مدخلة	-1	x	-3
مخرجة	1	2	3

فإن قيمة X هي:

a. 3 b. 4 c. -2 d.9

4 إذا كان جدول الدالة:

مدخلة	-1	0	x
مخرجة	2	3	4

فإن قيمة X هي:

a. 1 b. 1 c. 2 d. -2

الدرس [6-2] مقدمة في الدوال

1 كل علاقة هي دالة بشرط:

a. كل مدخلة لها مخرجتان b. كل مدخلة لها مخرجة

c. كل مدخلة لها ثلاث مخرجات d. كل مدخلتين لها مخرجة

2 أي العبارات التالية صحيحة:

a. كل دالة هي علاقة b. كل علاقة هي دالة c. الدالة والعلاقة المعنى نفسه d. كل علاقتين دالة

3 إذا كانت قاعدة الدالة 7x-1 ومجموعة العناصر {-2,0,2} فإن مجموعة الصور هي:

a.{-15,-1 ,13} b. {15,1 ,13} c. {15,-1,13} d. {15,-1,-13}

4 اذا كانت مجموعة العناصر للدالة {4, 2, 0} وكانت مجموعة الصور {3, 1, -1} فإن قاعدة الدالة هي:

a.1-x b. -1-x c. x-1 d. 2-x

اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي:

الدرس [3-6] الدوال الخطية

1 معادلة المستقيم: هي معادلة تعبّر عن الدالة الخطية بالصورة:

a. $y=4x-1$ b. $y=4x^2-1$ c. $y=\sqrt{4(x-1)}$ d. $y=\frac{4}{x-1}$

2 أي من الدوال الخطية التالية تمرُّ بنقطة الأصل:

a. $y=2x-1$ b. $y=2x+1$ c. $y=12-x$ d. $y=2x$

3 الدالة الخطية التي تمر بالربعين الثاني والرابع هي:

a. $y=13-x$ b. $y=13+x$ c. $y=-3x-1$ d. $y=-3x$

4 عدد طبيعي ضُرِبَ بـ 2 ثم طُرِحَ منهُ 4 بعد الضرب فكان الناتج بعد الضرب 50 ما هي المعادلة الخطية بالنسبة للعدد الطبيعي؟

a. $2x-4=50$ b. $24-x=50$ c. $42-x=50$ d. $24+x=50$

الدرس [4-6] الأنعكاس والدوران في المستوي الأحداثي

1 إذا كان انعكاس النقطة (2,3-) هو(3-,2-) فإنَّ خط الانعكاس هو:

a. محور السينات b. محور الصادات c. محور مائل d. كلاهما

2 المستقيم AB , A(1,3) , B(2,4)، إذا أجرى انعكاساً للمستقيم على محور السينات وكانت A`(1,-3) فإنَّ B` هي:

a. (2,-4) b. (-2 ,4) c. (-2 ,-4) d. (2,4)

3 المثلث ABC , A(1,1),B(1,3),C(3,2)، أجرى انعكاساً للمثلث ABC على محور السينات فكانت A`(1,-1), C`(3,-2) فإنَّ B`

a. (-1,-3) b. (-1,3) c. (1,-3) d. (1,3)

4 صورة النقطة (2,4-) تحت تأثير دوران بزاوية 90°حول نقطة الاصل باتجاه عقارب الساعة:

a. (-2,-4) b. (4,-2) c. (-4,2) d. (4,2)

5 صورة النقطة (1-,3) تحت تأثير دوران بزاوية 90°حول نقطة الاصل باتجاه عكس عقارب الساعة:

a. (1,-3) b. (-3,-1) c. (1,0) d. (3,-1)

اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي:

الدرس [5-6] الأنسحاب في المستوي الأحداثي

1 انسحاب النقطة (2,5) نحو اليمين 3 وحدات :

a. (0,5) b. (5,5) c.(5,0) d.(2,8)

2 انسحاب النقطة (3,6) نحو الاعلى وحدة واحدة :

a. (3,7) b.(3,5) c.(4,7) d.(4,6)

3 انسحاب النقطة (-3, 3) وحدتان نحو اليمين ووحدة واحدة نحو الاعلى:

a.(2,5) b.(-5,-2) c. (5,-2) d.(-5,2)

4 انسحب المثلث ABC (A(1,1) ,B(3,1) ,C(2,3 فأصبحت A` (1,3) , B `(3,3) فما مقدار C `:

a.(5,2) b. (2,5) c.(6,2) d.(2,6)

5 ما أحداثيات النقطة (x,4) بالانسحاب m وحدة الى الاسفل :

a.(x-m,y) b.(x+m,y) c.(x,4+m) d. (x,4-m)

الدرس [1-7] مقياس النزعة المركزية والمدى

1 الجدول المجاور يمثل أحدى البيانات بطريقة الساق والورقة :

الساق	الورقة
0	4 5 6 7 7 8
1	0 2

a. 4 ,5 ,6, 7, 8, 10,12 b. 4 ,5 ,6, 8,12 c. 4 ,5 ,6, 7,7,10,12 d. 4,5 ,6 ,7 ,7, 8, 10,12

2 أي التمثيلات المزدوجة بالساق والورقة تمثل البيانات في الجدول أدناه:

A	3	11	21	33	17
B	10	9	30	11	3

a .

الورقة B	الساق	الورقة A
3 9	0	3
10	1	17
	2	1
0	3	3

b.

الورقة B	الساق	الورقة A
3	0	3
1 0	1	7
0	2	1
0	3	3

c.

الورقة B	الساق	الورقة A
3 0	0	3
1 0	1	1 7
0	2	1
0	3	3

d.

الورقة B	الساق	الورقة A
9	0	3
1	1	7
0	2	1
0	3	3

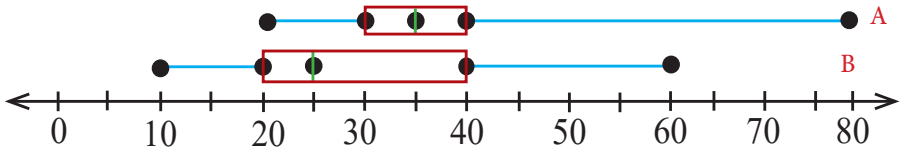
اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي:

الدرس [7-2] تمثيل البيانات ببيان الشاربين

1 تقسم البيانات بيان الشاربين الى:

a.قسمين b.ثلاثة أقسام c. أربعة أقسام d.خمسة أقسام

2 يبين بيان الشاربين أدناه مقارنة بين وزن نوعين من الحيوانات A,B بالكيلوغرام قيمتا المدى الربيعي للنوعين هما:



a.A=20,B=10 b.A=40,B=10 c.A=20,B=30 d. A=10,B=20

3 الجدول المجاور يبين أرتفاع نباتات مختلفة بالسنتمترات ، الربيع الأعلى والربيع الأدنى هما:

أرتفاع النباتات		
80	42	55
72	68	78
65	40	52

a.40,50 b.55,51 c. 47,75 d.41,79

الدرس [7-3] التجربة العشوائية

1 تجربة عشوائية تقوم على فعلين عشوائيين ، عدد نتائج الفعل الأول يساوي 6 عدد نتائج الفعل الثاني تساوي 2 ، أذن عدد نتائج الفعلين معاً يساوي :

a.8 b.4 c.3 d. 12

2 الجدول المجاور يبين رمي قطعتي نقود أي المجموعات التالية تمثل ظهور وجهين مختلفين على القطعتين؟

القطعة الأولى	H	H	T	T
القطعة الثانية	H	T	H	T

a. {(H,T)} b. {(T,H)} c. {(H,T),(T,H)} d.{(H,T),(T,T)}

3 يقدم احد المطاعم 3 أصناف من الطعام بأربعة أنواع من التوابل وهذه الأصناف قد تكون بلحم الدجاج أو بدونه . عدد خيارات الطعام الممكنة.

a.6 b. 12 c.24 d.36

الدرس [7-4] الحدث

1 اذا كان E_1 تمثل الحدث (سحب كرة حمراء) E_2 تمثل الحدث (سحب كرة خضراء) دون اعادة الكرة الحمراء إلى صندوق فيه 5 كرات حمراء، 6 خضراء. الحدثان E_1 ، E_2.

a. لم يكونا حدثاً مركباً b. كونا حدثاً مركباً c. مستقلان d. غير مستقلين

2 اعلن محل للملابس النسائية عن امكانية الحصول على قميص مجاني عند شراء الزبون أحدى القطع من الجدول المجاور.

نوع القطعة	لون القميص
تنورة	ابيض
بنطلون	اسود
حذاء	احمر
حقيبة يدوية	

افرض: الحدث E_1 شراء تنورة، الحدث E_2 الحصول على قميص

a.يكونان حدثاً مركباً b. يكونان حدثاً بسيطاً

c. مستقلان d. مترابطان

اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي:

الدرس [5-7] الاحتمالات

1 صندوق فيه 4 كرات حمرٍ، 7 كرات بيضٍ، 5 كرات زرقٍ ، سحبت كرتان بيضاويان احدهما بعد الاخرى دون اعادة الكرة الأولى، فأن (الكرة البيضاء الثانية) هو:

a. $\frac{1}{15}$ b. $\frac{7}{16}$ c. $\frac{6}{15}$ d. $\frac{2}{15}$

2 اذا كان E_1 ، E_2 حدثان متتامين فأن:

a. $P(E_1) \times P(E_2) = 1$ b. $P(E_1) \div P(E_2) = 1$

c. $P(E_1) + P(E_2) = 1$ d. $P(E_1) - P(E_2) = 0$

3 النسبة المئوية التي تمثل احتمال ان تسحب بشكل عشوائي بطاقة رقمها غير زوجي من البطاقات المرقمة: 7، 5 ، 3 ، 1 هو:

a. 75% b. 50% c. 25% d. 100%

الدرس [6-7] الاحتمال التجريبي والاحتمال النظري

النتائج	التكرار
H , H	2
H , T	3
T , H	4
T , T	1

1 استعمل الجدول المجاور الذي يبين نتائج رمي قطعتي نقود 10 مرات، الاحتمال النظري للحصول على صورة وكتابة هو:

a. $\frac{3}{10}$ b. $\frac{7}{10}$ c. $\frac{1}{2}$ d. $\frac{1}{3}$

2 استعمل المعلومات نفسها في السؤال (1)، الاحتمال التجريبي للحصول على صورة وكتابة هو:

a. $\frac{3}{10}$ b. $\frac{7}{10}$ c. $\frac{1}{3}$ d. $\frac{1}{6}$

3 اطلق محمد مؤشر قرص 200 مرة، واصاب اللون الاخضر 50 مرة، احتمال ان يأتي المؤشر على اللون الاخضر في المرة التالية هو:

a. 0.23 b. 0.24 c. 0.25 d. 0.30

4 سجل لاعب كرة قدم 21 ركلة جزاء ناجحة من اصل 26 محاولة، أي نسبة مئوية هي الاقرب لاحتمال ان يسجل اللاعب ركلة جزاء ناجحة في المحاولة التالية:

a. 50% b. 60% c. 70% d. 80%

المحتويـات Content

الفصل 1: الأعداد النسبية	**4**
الـدرس الاول : ترتيب العمليات على الاعداد النسبية.	6
الدرس الثاني : القوى (الاسس) السالبة والصورة العلمية للعدد.	10
الدرس الثالث : خصائص القوى (الاسس).	14
الدرس الرابع : الكسور العشرية الدورية والصورة العلمية للعدد (استعمال الحاسبة).	18
الدرس الخامس : تبسيط الجمل العددية الكسرية.	22
الفصل 2: الأعداد الحقيقية	**27**
الـدرس الاول : مفهوم الأعداد الحقيقية وتمثيلها على مستقيم الأعداد.	29
الدرس الثاني : خصائص الأعداد الحقيقية.	33
الدرس الثالث : تبسيط الجمل العددية التي تحتوي على جذور تربيعية.	37
الدرس الرابع : تطبيقات على نظرية فيثاغورس.	41
الدرس الخامس : المستوى الاحداثي.	45
الفصل 3: الحدوديات	**50**
الـدرس الاول : جمع المقادير الجبرية وطرحها.	52
الدرس الثاني : ضرب حد جبري في مقدار جبري.	56
الدرس الثالث : ضرب المقادير الجبرية.	60
الدرس الرابع : قسمة مقدار جبري على حد جبري.	64
الدرس الخامس : تحليل المقادير الجبرية.	68
الفصل 4: المعادلات والمتباينات	**73**
الـدرس الاول : حل معادلات من الدرجة الاولى بمتغير واحد بخطوتين في R .	75
الدرس الثاني : حل معادلات من الدرجة الاولى بمتغير واحد بعدة خطوات في R .	79
الدرس الثالث : حل معادلات من الدرجة الثانية بمتغير واحد في R .	83
الدرس الرابع : حل المتباينات الجبرية ذات الخطوتين في R .	87
الدرس الخامس : حل المتباينات الجبرية متعدِّدة الخطوات في R .	91

المحتويات Content

الفصل 5 : الهندسة والقياس		**96**
الدرس الاول	: علاقة الزوايا والمستقيمات (نظريات)	98
الدرس الثاني	: تطابق المثلثات	102
الدرس الثالث	: خواص المثلثات (متساوي الساقين، متساوي الاضلاع ، قائم الزاوية)	106
الدرس الرابع	: متوازي الأضلاع والمعين وشبه المنحرف	110
الدرس الخامس	: الاسطوانة والكرة (الخصائص ، المساحة السطحية ، الحجم)	114
الدرس السادس	: مساحة الاشكال المركبة المنتظمة وغير المنتظمة	118
الفصل 6 : الهندسة الإحداثية		**123**
الدرس الاول	: تمثيل جدول دالة محددة في المستوي الاحداثي	125
الدرس الثاني	: مقدمة في الدوال	129
الدرس الثالث	: الدوال الخطية	133
الدرس الرابع	: الانعكاس والدوران في المستوي الاحداثي	137
الدرس الخامس	: الانسحاب في المستوي الاحداثي	141
الفصل7 : الأحصاء والأحتمالات		**146**
الدرس الاول	: مقياس النزعة المركزية والمدى	148
الدرس الثاني	: تمثيل البيانات ببيان الشاربين	152
الدرس الثالث	: التجربة العشوائية	156
الدرس الرابع	: الحدث	160
الدرس الخامس	: الأحتمالات	164
الدرس السادس	: الأحتمال التجريبي والأحتمال النظري	168
الدرس السابع	: خطة حل المسألة (تمثيل المسألة)	172
تمرينات الفصول		**175**